

Objectif

Montrer l'utilisation de TANAGRA dans un problème d'analyse de variance. Mettre en œuvre également les tests d'homogénéité des variances sur les mêmes données.

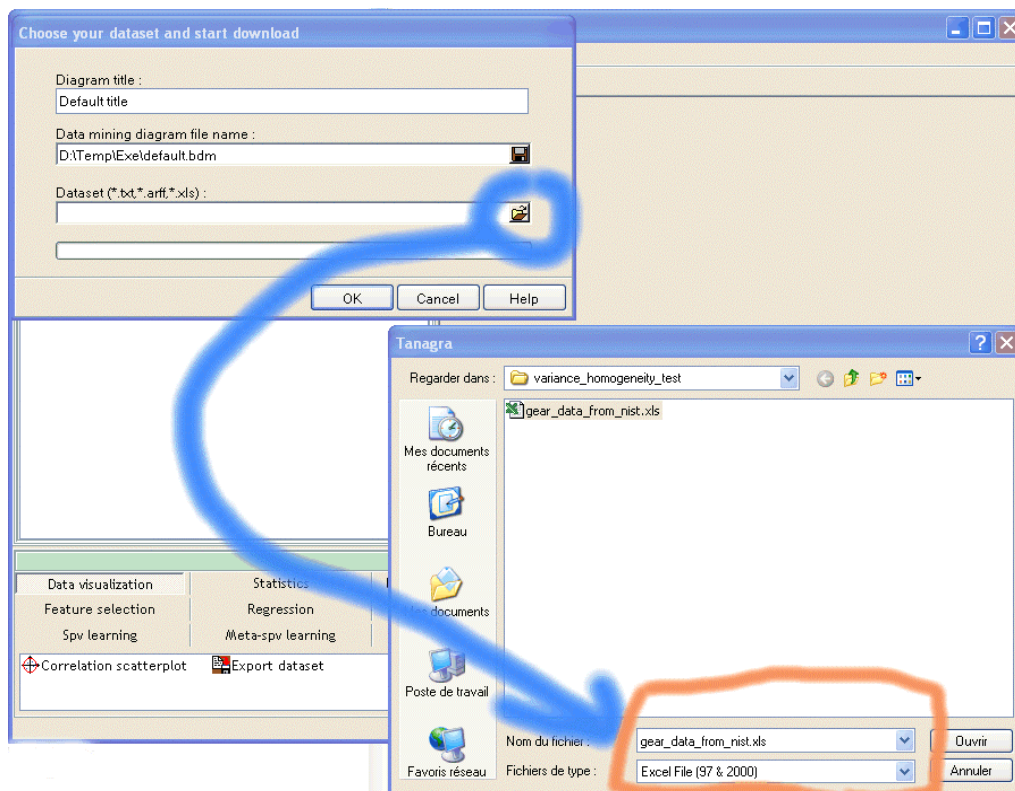
Fichier

Le fichier GEAR a été récupéré sur le site (NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods, <http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/>). La description sur le site n'est pas très explicite quant à la nature exacte de ces données¹. De notre point de vue nous considérons qu'il s'agit d'évaluer des engrenages produits par 10 machines outils différentes : nous disposons donc d'un prélèvement de 10 lots de 10 unités (100 observations). Plusieurs questions peuvent être posées : (1) est-ce que le diamètre moyen des engrenages est le même d'une machine à l'autre, (2) la variabilité du diamètre est-elle la même dans chaque lot ?

ANOVA

Charger le fichier de données

La première étape consiste à importer les données (gear_data_from_nist.xls) dans TANAGRA. Nous activons le menu FILE/NEW pour créer un nouveau diagramme.



¹ <http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/eda/section3/eda3581.htm>

Analyse de Variance

Nous voulons savoir si le diamètre des engrenages est significativement différent d'un lot à l'autre avec un risque de 1%, autrement dit, est-ce que les machines produisent des engrenages avec des caractéristiques identiques ?

Pour ce faire, nous plaçons dans le diagramme un composant DEFINE STATUS, GEAR DIAMETER est la variable d'intérêt (TARGET), BATCH ID est la variable de classement permettant d'identifier les lots (INPUT).

Define status 1			
Parameters			
Target :	1		
Input :	1		
Illustrative :	0		
Results			
Attribute	Target	Input	Illustrative
GearDiameter	yes	-	-
BatchId	-	yes	-

Le composant ONE WAY ANOVA est situé dans la palette STATISTICS, nous le plaçons à la suite et nous demandons l'affichage des résultats (Menu Contextuel VIEW du composant).

The screenshot shows the TANAGRA 1.3.2 interface. The main window displays the configuration for 'One-way ANOVA 1'. The 'Parameters' section is set to 'Sort results no'. The 'Results' section shows a table with columns for Attribute_Y, Attribute_X, Description (Value, Examples, Average, Std-dev), and Statistical test (Variance decomposition, Significance level). The 'Variance decomposition' table shows Source, Sum of square, and d.f. for BSS, WSS, and TSS. The 'Significance level' table shows Fisher's F, Value, and Proba. The 'Components' palette at the bottom shows various statistical tests, with 'One-way ANOVA' highlighted in a red box. A red arrow points from the 'One-way ANOVA' component in the palette to the 'One-way ANOVA 1' component in the diagram.

Attribute_Y	Attribute_X	Description				Statistical test					
		Value	Examples	Average	Std-dev	Variance decomposition					
GearDiameter	BatchId	A	10	0.9980	0.0043	Source	Sum of square	d.f.			
		B	10	0.9991	0.0052				BSS	0.0007	9
		C	10	0.9954	0.0040				WSS	0.0032	90
		D	10	0.9982	0.0039	TSS	0.0039	99			
		E	10	0.9919	0.0076	Significance level					
		F	10	0.9988	0.0099	Statistics	Value	Proba			
		G	10	1.0015	0.0079				Fisher's F	2.296915	0.022661
		H	10	1.0004	0.0036						
		I	10	0.9983	0.0041						
		J	10	0.9948	0.0053						
All	100	0.9976	0.0063								

Pour un risque de première espèce à 1%, nous constatons que l'hypothèse nulle d'égalité de la moyenne du diamètre des engrenages dans les lots n'est pas rejetée par les données, le F de Fisher est de 2.2969, la p-value à 2.26% avec des degrés de liberté de 9 au numérateur et 90 au dénominateur.

Par comparaison, voici les résultats qui ont été fournis sur notre site de référence.

```

*****
*   ANOVA TABLE   *
*****

```

SOURCE	DF	SUM OF SQUARES	MEAN SQUARE	F STATISTIC	F CDF	SIG
TOTAL (CORRECTED)	99	0.003903	0.000039			
FACTOR 1	9	0.000729	0.000081	2.2969	97.734%	*
RESIDUAL	90	0.003174	0.000035			

```

RESIDUAL STANDARD DEVIATION = 0.00593857840
RESIDUAL DEGREES OF FREEDOM = 90
REPLICATION STANDARD DEVIATION = 0.00593857747
REPLICATION DEGREES OF FREEDOM = 90

```

L'ANOVA est très robuste par rapport à ses conditions d'application, notamment par rapport à la condition de normalité. Concernant l'homoscédasticité, les résultats sont fiables mêmes si les variances sont différentes d'un groupe à l'autre -- jusqu'à un facteur 4 selon certains auteurs² -- pour peu que la forme des distributions dans les groupes soit à peu près identique. La fiabilité de l'ANOVA est améliorée par la constitution de groupes de tailles égales, ce qui est notre cas, chaque lot comporte 10 observations. Il ne paraît pas nécessaire donc de procéder à des tests d'hétérogénéité des variances pour valider le résultat ci-dessus.

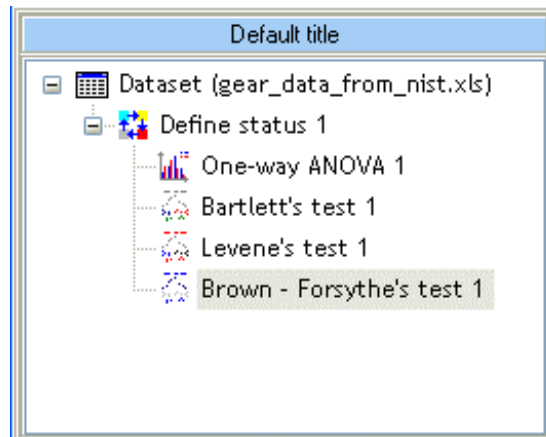
Toutefois, nous allons quand même mettre en œuvre ces tests pour une toute autre raison : nous voulons vérifier l'assertion selon laquelle la variabilité des machines dans la production des engrenages est identique.

Test d'homogénéité des variances

Nous voulons vérifier que la précision du processus de fabrication est la même d'une machine à l'autre, l'hypothèse nulle du test revient à stipuler que « la variance du diamètre des engrenages produits est la même sur toutes les machines ».

Il existe plusieurs tests dans TANAGRA, nous allons les utiliser tour à tour, il s'agit des tests de BARTLETT, LEVENE et BROWN & FORSYTHE.

² HOWELL D., « Statistical Methods for Psychology », Duxbury, 1997.



Il faut être très attentif lors de la lecture des résultats du test de BARTLETT, en effet, il dépend fortement de l'hypothèse de normalité des distributions. Dans notre exemple, il conduit à l'acceptation de l'hypothèse d'homoscédasticité (la p-value est à 1.36%).

Bartlett's test 1							
Parameters							
Parameters							
Sort results no							
Results							
Attribute_Y	Attribute_X	Description				Statistical test	
GearDiameter	BatchId	Value	Examples	Average	Std-dev	Test	
		A	10	0.9980	0.0043	Pooled var.	0.0000
		B	10	0.9991	0.0052	Bartlett's T	20.7858
		C	10	0.9954	0.0040	df	9
		D	10	0.9982	0.0039	p-value	0.0136
		E	10	0.9919	0.0076		
		F	10	0.9988	0.0099		
		G	10	1.0015	0.0079		
		H	10	1.0004	0.0036		
		I	10	0.9983	0.0041		
		J	10	0.9948	0.0053		
		All	100	0.9976	0.0063		

Plus intéressants est le test de LEVENE, plus particulièrement la variante proposée par BROWN & FORSYTHE.

Ces deux tests sont disponibles dans TANAGRA, LEVENE fournit le résultat suivant.

Levene's test 1							
Parameters							
Parameters							
Sort results: no							
Results							
Attribute_Y	Attribute_X	Description				Statistical test	
		Value	Examples	Average	Std-dev	Test	
GearDiameter	BatchId	A	10	0.9980	0.0043	Levene's W	2.159444
		B	10	0.9991	0.0052	df	9/90
		C	10	0.9954	0.0040	p-value	0.032238
		D	10	0.9982	0.0039		
		E	10	0.9919	0.0076		
		F	10	0.9988	0.0099		
		G	10	1.0015	0.0079		
		H	10	1.0004	0.0036		
		I	10	0.9983	0.0041		
		J	10	0.9948	0.0053		
		All	100	0.9976	0.0063		

BROWN & FORSYTHE fournit le résultat suivant.

Brown - Forsythe's test 1							
Parameters							
Parameters							
Sort results: no							
Results							
Attribute_Y	Attribute_X	Description				Statistical test	
		Value	Examples	Average	Std-dev	Test	
GearDiameter	BatchId	A	10	0.9980	0.0043	Brown & Forsythe's W	1.705920
		B	10	0.9991	0.0052	df	9/90
		C	10	0.9954	0.0040	p-value	0.099082
		D	10	0.9982	0.0039		
		E	10	0.9919	0.0076		
		F	10	0.9988	0.0099		
		G	10	1.0015	0.0079		
		H	10	1.0004	0.0036		
		I	10	0.9983	0.0041		
		J	10	0.9948	0.0053		
		All	100	0.9976	0.0063		

Dans cet exemple, pour le risque que nous avons choisi (1%), ces tests sont cohérents : la variance du diamètre des engrenages est la même quelle que soit la machine étudiée.

Il faut noter que sur notre site de référence (NIST Handbook), la distinction entre la statistique de LEVENE (calculées sur les moyennes conditionnelles) et la variante proposée par BROWN & FORSYTHE (calculée sur les médianes conditionnelles) n'est pas mise en évidence dans la présentation des résultats.