

100 kilomètres et son département

Antoine ROLLAND, 18/05/2020

Lors du déconfinement commencé le 11 mai 2020, la règle des déplacements autorisés est devenue la suivante (hors dérogation) : est accessible à une personne sans autorisation spéciale tout lieu situé

- Dans son département
- Ou dans un rayon de 100 km autour de son domicile, distance entendue comme « à vol d'oiseau »

Cette règle semble bien équitable. Cependant, toute la France n'est pas logée à la même enseigne ! En effet, si l'on habite au bord de la mer, ou près d'une frontière, le cercle des cent kilomètres est amputé d'autant. De même, si l'on habite en bordure d'un grand département, on peut parfois rajouter à ce cercle une partie substantielle du département se trouvant à plus de cent kilomètres de notre domicile. On peut donc s'amuser à chercher qui en France est le plus favorisé et le moins favorisé par cette règle. Pour cela il nous faut :

1. Une carte de France des communes
2. Une interprétation précise de la règle des 100km
3. Une manière de calculer la distance « à vol d'oiseau »

Il est facile, par exemple à partir du site data.gouv.fr, de trouver une base de données publiques des communes françaises¹, contenant le nom de la commune et son code INSEE, le département, la superficie de la commune et son positionnement géographique à travers ses coordonnées de latitude et longitude.

Il faut ensuite se fixer une règle précise pour les 100km ; chaque commune est repérée géographiquement par les coordonnées de son centre. On décide donc d'interpréter la règle des 100km de la manière suivante : est considéré comme autorisé tout le territoire d'une commune dont le centre est situé à moins de 100km du centre de la commune de résidence. Avec cette règle, on peut donc calculer la superficie atteignable depuis une commune A de référence : il s'agit de la somme de la superficie du département de la commune A et de la superficie de toutes les communes hors de ce département dont le centre est situé à moins de 100 km du centre de la commune A.

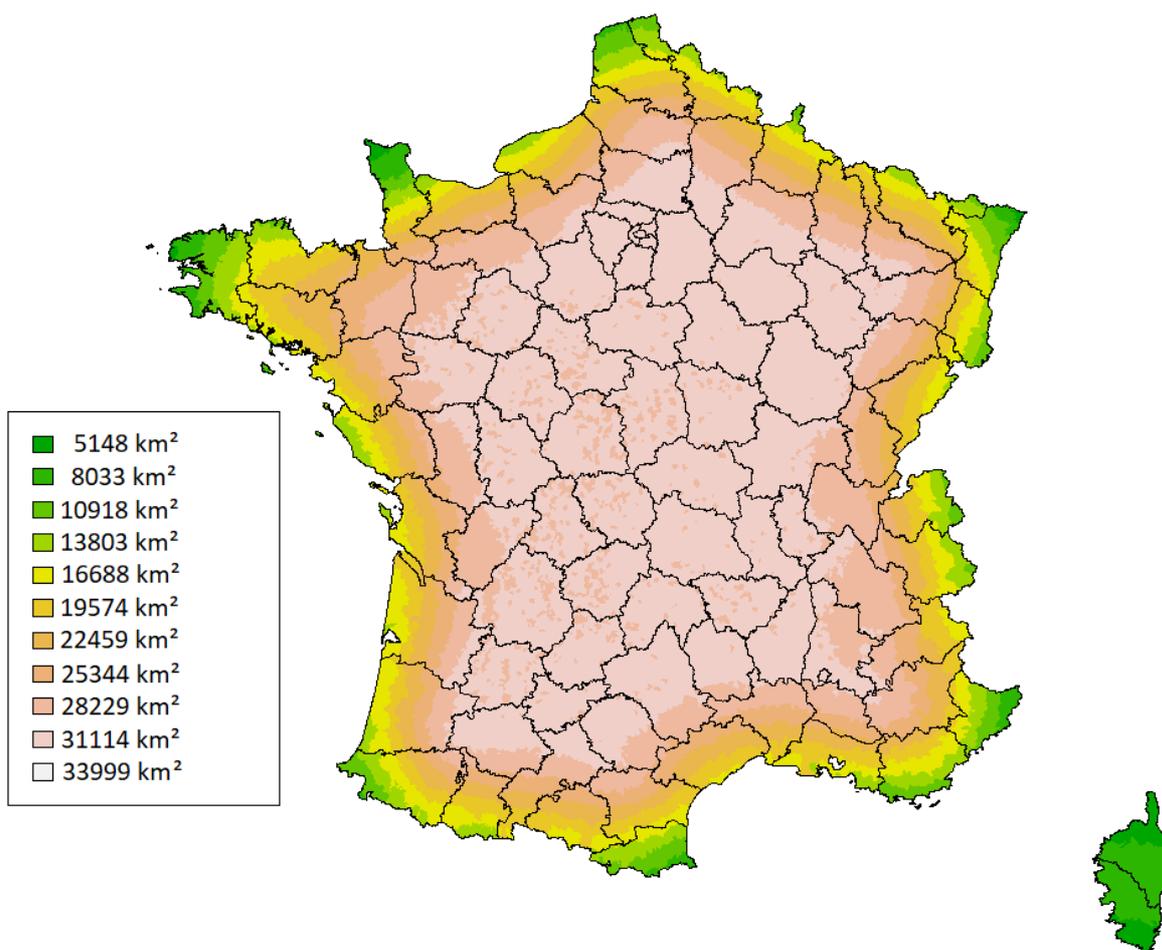
Il reste alors à calculer cette distance, en se souvenant que la Terre peut être assimilée à une sphère de rayon 6371km. L'encadré 1 indique comment calculer une distance « à vol d'oiseau » entre deux points repérés par leurs latitudes et leurs longitudes. Il suffit ensuite, pour chaque commune de France de calculer la distance qui la sépare des autres communes françaises. Cela correspond à 36000² distance à calculer, soit quelques secondes en utilisant un logiciel de calcul comme R. On peut alors calculer la superficie « atteignable » pour chaque commune. Dans le cadre d'une commune située à moins de 100km de toute autre commune de son département, la superficie atteignable est d'environ $\pi * 100^2 = 31400 \text{ km}^2$.

Pour chaque département, on peut alors repérer la commune permettant d'accéder à la superficie maximale, et la commune permettant d'accéder à la superficie minimale. Le classement des communes avec la plus petite superficie atteignable est dans l'encadré 2 : ce sont des communes aux coins de l'hexagone, dont le cercle de 100km déborde beaucoup au-delà des frontières ou dans la mer. Les communes aux pointes de la Corse, aux confins du Cotentin, de l'Alsace ou des Pyrénées sont dans ce cas.

¹ Nous nous limiterons aux communes de la métropole, le cas des DOM et TOM étant assez facile à traiter par leurs faibles tailles et leur éloignement respectif

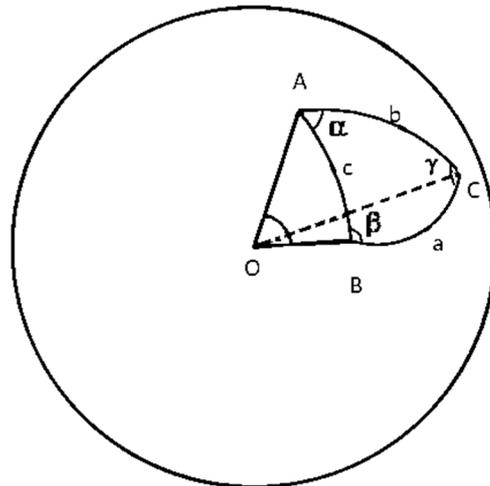
Les communes avec la plus grande superficie atteignable sont situées aux bords de départements très étendus (encadré 3): elles profitent donc à plein de la superficie liée au cercle des 100km, en rajoutant en plus une bonne partie du département dont elles font partie située au-delà du cercle des 100km. C'est le cas par exemple de Vendières, tout au sud du département très allongé de l'Aisne.

Il est possible aussi de regarder à l'échelle de chaque département les variations entre communes. Plusieurs indices sont possibles pour détecter les départements les plus inégalitaires : on peut regarder l'écart-type de la superficie atteignable pour les communes d'un même département. On peut aussi regarder l'étendue (la différence entre la valeur maximum et la valeur minimum). On peut regarder l'étendue normalisée par la superficie atteignable moyenne dans le département. Tous ces indices convergent pour indiquer que les départements les plus égalitaires sont les petits départements loin des frontières ou de la mer. Tous les départements d'Ile de France sont dans ce cas, ainsi que la Loire, la Haute-Marne, l'Aube... Les différences de superficies atteignables ne sont dues qu'aux légères différences de superficies des communes situées au bord du cercle de 100km. Au contraire, les différences les plus importantes se trouvent dans les grands départements de bord de mer (Landes, Gironde...). (voir encadré 4). Toutes les informations sont réunies dans la carte ci-dessous, qui indique pour chaque commune de France la superficie atteignable par la règles des 100 kilomètres + département. Face au déconfinement, tous les habitants de la France ne sont pas égaux !



[Encadré 1]

La longueur de l'arc d'un grand cercle passant par les points A et B est égal à l'angle entre les deux rayons reliant le centre de la sphère aux points A et B (exprimé en radians) multiplié par le rayon de la sphère. Sur la sphère unité, on peut donc assimiler la longueur de l'arc de grand cercle [AB] et l'angle \widehat{AB} . Dans un triangle sphérique ABC, la relation fondamentale de trigonométrie affirme que



$$\cos(c) = \cos(a) \cdot \cos(b) + \sin(a) \cdot \sin(b) \cdot \cos(\gamma)$$

Cette relation peut servir à calculer la distance entre deux points de la Terre connaissant leurs coordonnées géographiques : pour cela, il suffit de considérer, outre les deux points A et B entre lesquels on cherche à calculer la distance, le point C placé au pôle nord de la Terre : alors c est la distance recherchée (divisée par le rayon de la Terre), b et a sont les distances des points au pôle nord, c'est-à-dire $\pi/2$ moins leur latitude exprimée en radians, et γ est l'angle entre les points mesuré depuis le pôle nord, c'est-à-dire la différence des longitudes.

Pour deux points A et B de latitudes L_A et L_B , et de longitudes λ_A et λ_B on obtient donc

$$\cos(AB) = \cos(\pi/2 - L_A) \cdot \cos(\pi/2 - L_B) + \sin(\pi/2 - L_A) \cdot \sin(\pi/2 - L_B) \cdot \cos(\lambda_A - \lambda_B)$$

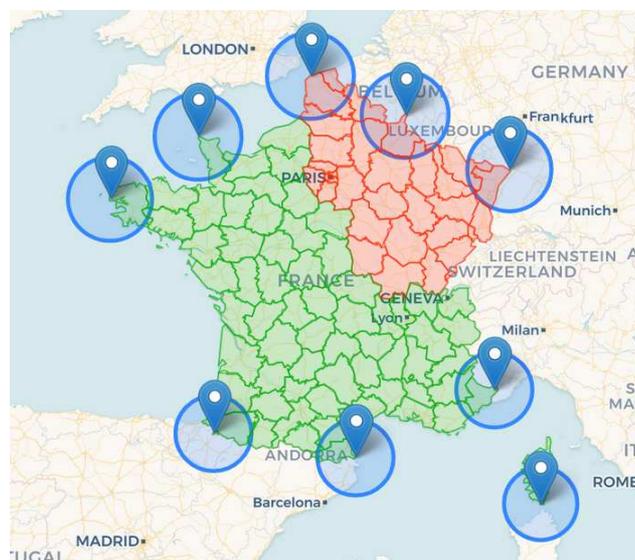
Autrement dit, en assimilant la Terre à une sphère de rayon 6371km, la distance à vol d'oiseau entre deux points A et B est approximativement égale à

$$d(AB) = 6371 \cdot \arccos(\sin(L_A) \cdot \sin(L_B) + \cos(L_A) \cdot \cos(L_B) \cdot \cos(\lambda_A - \lambda_B))$$

[fin encadré 1]

Encadré 2 : les points de superficie minimale

département	nom_	Aire (km ²)
2B	Ersa	5148,47
2A	Bonifacio	5220,85
50	Auderville	6508,54
29	Ouessant	6733
67	Lauterbourg	7025,2
66	Cerbere	7941,42
06	La brigue	8360
62	Sangatte	10150,33
56	Bangor	10639,31
64	Urepel	10684,81
08	Givet	11155,73

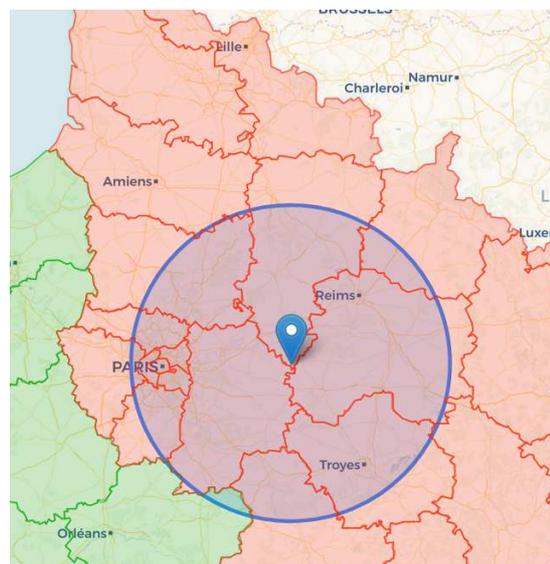


(Ersa est non représentée)

[fin encadré 2]

[Encadré 3 : les communes de superficie maximale]

département	Nom	Aire (km ²)
02	Vendrières	33999,55
33	Lartigue	33566,45
40	Arx	33472,52
17	Saint Aigulin	33370,46
12	Therondels	33355,02
86	Pouancay	33180,45
21	Grancey sur Ource	33079,43
63	La Chaulme	33031,27
38	Chasse sur Rhône	32989,73
71	Cronat	32957,94



Les cartes des encadrés 2 et 3 ont été effectuées à l'aide du site <https://remi-grumeau.com/apps/100km/>

[fin encadré 3]

[encadré 4]

Département	Surface moyenne	écart-type des surfaces	Surface Min	Surface Max	Etendue	Etendue relative
50	16739	6666	6509	30183	23675	1,41
64	21576	5268	10685	31753	21068	0,98
40	24630	4881	15082	33473	18390	0,75
62	19660	4842	10150	29548	19398	0,99
85	22735	4474	11964	29299	17336	0,76
73	24369	4135	13169	30811	17642	0,72
...
69	31290	107	30927	31560	633	0,02
28	31315	107	30929	31638	709	0,02
72	31250	106	30899	31578	679	0,02
départements d'Ile de France
92	31438	64	31329	31571	242	0,01
75	31302	0	31302	31302	0	0,00

[fin encadré 4]