



ELIRE UN PARLEMENT... C'EST DIFFICILE!

Antoine ROLLAND

10 mai 2019
Lycée des Lazaristes

QUI SUIS-JE ?

Antoine ROLLAND

- ▶ Etudes : Bac S, prépa, école d'ingénieur, agrégation de mathématique, thèse en informatique théorique
- ▶ Poste : Maître de conférence en statistique à l'IUT Lumière Lyon II DUT Statistique et Informatique Décisionnelle (STID)
- ▶ Concrètement :
 - ▶ 1/3 de temps enseignant (bac+1/+2/+3) en statistique dans la formation STID à l'IUT
 - ▶ 1/3 de temps de responsable pédagogique STID
 - ▶ 1/3 de temps recherche en statistique
- ▶ Thème de recherche : le choix en présence de plusieurs critères / votants

<http://eric.univ-lyon2.fr/~arolland/>

LA RECHERCHE EN MATH

- ▶ Réfléchir
- ▶ Ecrire des articles corrigés par les pairs / Aller parler devant d'autres chercheurs en conférence
- ▶ Vulgariser nos recherches (vers le grand public pour les SHS, vers la technologie pour les sciences)
- ▶ Et pour les maths/stat : "inventer" ou "découvrir" de nouveaux objets mathématiques et essayer de comprendre leurs propriétés

DE QUOI PARLONS-NOUS ?

ÉLIRE PLUSIEURS PERSONNES À LA FOIS

Scrutins proportionnels

Exemples

CIRCONSCRIPTION

INDICES DE POUVOIR

Indice de pouvoir

COMPLÉMENTS SUR INDICE DE POUVOIR

SCRUTIN MAJORITAIRE

Un peu d'histoire et de définitions

Quelques méthodes classiques

Vers le théorème d'Arrow

DÉCOUPAGE DES CIRCONSCRIPTIONS

En théorie

Exemple du département du Rhône

Elections au suffrage indirect

LE 26 MAI 2019...



EXEMPLE INTRODUCTIF

Soit 100 votants pour 3 partis A, B, C et 10 sièges à pourvoir.

parti	A	B	C
voix	52	37	11
voix/10	5,2	3,7	1,1
sièges	5	4	1

$5+4+1=10$: ça tombe juste !

EXEMPLE INTRODUCTIF

Soit 100 votants pour 3 partis A, B, C et 10 sièges à pourvoir.

parti	A	B	C
voix	52	34	14
voix/10	5,2	3,4	1,4
sièges	5	3	1

$5+1+1=9$: il manque un siège !

EXEMPLE INTRODUCTIF

Soit 100 votants pour 3 partis A, B, C et 10 sièges à pourvoir.

parti	A	B	C
voix	46	37	17
voix/10	4,6	3,7	1,7
sièges	5	4	2

$5+4+2=11$: il y a un siège en trop !

Il va falloir réfléchir un peu...

RÈGLES D'AFFECTATION

Plusieurs règles ont été proposées :

- ▶ plus fort reste (Hamilton)
- ▶ plus forte moyenne (Hondt)
- ▶ plus forte moyenne (Sainte-Lagüe)
- ▶ ...

RÈGLES D'AFFECTATION

Plusieurs règles ont été proposées :

- ▶ **plus fort reste (Hamilton)**
- ▶ plus forte moyenne (Hondt)
- ▶ plus forte moyenne (Sainte-Lagüe)
- ▶ ...

MÉTHODE AU PLUS FORT RESTE (HAMILTON)

1. on calcule les ratios R_i

$$R_i = \frac{\text{Nombre de voix pour } i}{\text{Nombre de sièges à pourvoir}}$$

2. on donne à chaque parti le nombre de sièges correspondant à la partie entière de R_i
3. on affecte les sièges restants par ordre décroissant des R_i

MÉTHODE AU PLUS FORT RESTE (HAMILTON)

Exemple :

parti	A	B	C
voix	46	37	17
voix/10	4,6	3,7	1,7
sièges	4	3	1
reste	0,6	0,7	0,7

MÉTHODE AU PLUS FORT RESTE (HAMILTON)

Exemple :

parti	A	B	C
voix	46	37	17
voix/10	4,6	3,7	1,7
sièges	4	3	1
reste	0,6	0,7	0,7

Les sièges en plus sont affectés à B et C. Résultat :

parti	A	B	C
sièges	4	4	2

RÈGLES D'AFFECTATION

Plusieurs règles ont été proposées :

- ▶ plus fort reste (Hamilton)
- ▶ **plus forte moyenne (Hondt)**
- ▶ plus forte moyenne (Sainte-Lagüe)
- ▶ ...

MÉTHODE À LA PLUS FORTE MOYENNE (RÈGLE D'HONDT)

1. on calcule les nombres moyens de voix par sièges pour tous les partis et tous les nombres de sièges.
2. on affecte les sièges dans l'ordre décroissants des moyennes précédentes

MÉTHODE À LA PLUS FORTE MOYENNE (RÈGLE D'HONDT)

Exemple :

parti	A	B	C
voix	46	37	17

Moyennes :

sièges	1	2	3	4	5	6	...
A	46	23	15,33	11,5	9,2	7,66	...
B	37	18,5	12,33	9,25	7,4	6,16	...
C	17	8,5	5,66	4,25	3,4	2,83	...

MÉTHODE À LA PLUS FORTE MOYENNE (RÈGLE D'HONDT)

Exemple :

parti	A	B	C
voix	46	37	17

Moyennes :

sièges	1	2	3	4	5	6	...
A	46	23	15,33	11,5	9,2	7,66	...
B	37	18,5	12,33	9,25	7,4	6,16	...
C	17	8,5	5,66	4,25	3,4	2,83	...

MÉTHODE À LA PLUS FORTE MOYENNE (RÈGLE D'HONDT)

Exemple :

parti	A	B	C
voix	46	37	17

Moyennes :

sièges	1	2	3	4	5	6	...
A	46	23	15,33	11,5	9,2	7,66	...
B	37	18,5	12,33	9,25	7,4	6,16	...
C	17	8,5	5,66	4,25	3,4	2,83	...

MÉTHODE À LA PLUS FORTE MOYENNE (RÈGLE D'HONDT)

Exemple :

parti	A	B	C
voix	46	37	17

Moyennes :

sièges	1	2	3	4	5	6	...
A	46	23	15,33	11,5	9,2	7,66	...
B	37	18,5	12,33	9,25	7,4	6,16	...
C	17	8,5	5,66	4,25	3,4	2,83	...

MÉTHODE À LA PLUS FORTE MOYENNE (RÈGLE D'HONDT)

Exemple :

parti	A	B	C
voix	46	37	17

Moyennes :

sièges	1	2	3	4	5	6	...
A	46	23	15,33	11,5	9,2	7,66	...
B	37	18,5	12,33	9,25	7,4	6,16	...
C	17	8,5	5,66	4,25	3,4	2,83	...

MÉTHODE À LA PLUS FORTE MOYENNE (RÈGLE D'HONDT)

Exemple :

parti	A	B	C
voix	46	37	17

Moyennes :

sièges	1	2	3	4	5	6	...
A	46	23	15,33	11,5	9,2	7,66	...
B	37	18,5	12,33	9,25	7,4	6,16	...
C	17	8,5	5,66	4,25	3,4	2,83	...

MÉTHODE À LA PLUS FORTE MOYENNE (RÈGLE D'HONDT)

Exemple :

parti	A	B	C
voix	46	37	17

Moyennes :

sièges	1	2	3	4	5	6	...
A	46	23	15,33	11,5	9,2	7,66	...
B	37	18,5	12,33	9,25	7,4	6,16	...
C	17	8,5	5,66	4,25	3,4	2,83	...

MÉTHODE À LA PLUS FORTE MOYENNE (RÈGLE D'HONDT)

Exemple :

parti	A	B	C
voix	46	37	17

Moyennes :

sièges	1	2	3	4	5	6	...
A	46	23	15,33	11,5	9,2	7,66	...
B	37	18,5	12,33	9,25	7,4	6,16	...
C	17	8,5	5,66	4,25	3,4	2,83	...

MÉTHODE À LA PLUS FORTE MOYENNE (RÈGLE D'HONDT)

Exemple :

parti	A	B	C
voix	46	37	17

Moyennes :

sièges	1	2	3	4	5	6	...
A	46	23	15,33	11,5	9,2	7,66	...
B	37	18,5	12,33	9,25	7,4	6,16	...
C	17	8,5	5,66	4,25	3,4	2,83	...

MÉTHODE À LA PLUS FORTE MOYENNE (RÈGLE D'HONDT)

Exemple :

parti	A	B	C
voix	46	37	17

Moyennes :

sièges	1	2	3	4	5	6	...
A	46	23	15,33	11,5	9,2	7,66	...
B	37	18,5	12,33	9,25	7,4	6,16	...
C	17	8,5	5,66	4,25	3,4	2,83	...

MÉTHODE À LA PLUS FORTE MOYENNE (RÈGLE D'HONDT)

Exemple :

parti	A	B	C
voix	46	37	17

Moyennes :

sièges	1	2	3	4	5	6	...
A	46	23	15,33	11,5	9,2	7,66	...
B	37	18,5	12,33	9,25	7,4	6,16	...
C	17	8,5	5,66	4,25	3,4	2,83	...

MÉTHODE À LA PLUS FORTE MOYENNE (RÈGLE D'HONDT)

Sièges :

parti	A	B	C
voix	46	37	17
sièges	5	4	1

RÈGLES D'AFFECTATION

Plusieurs règles ont été proposées :

- ▶ plus fort reste (Hamilton)
- ▶ plus forte moyenne (Hondt)
- ▶ plus forte moyenne (Sainte-Lagüe)
- ▶ ...

La procédure idéale n'existe pas...

AVANTAGES ET INCONVÉNIENTS DES MÉTHODES

- ▶ plus fort reste : favorise les petites listes (et donc la division)
- ▶ plus forte moyenne : favorise les grosses listes (et donc les coalitions)
- ▶ et toutes ont des propriétés "indésirables"...

EXEMPLES

- ▶ Elections sénatoriales à Paris en 2011
- ▶ Le paradoxe du transfert de voix

QUELQUES EXEMPLES

- ▶ **Elections sénatoriales à Paris en 2011**
- ▶ Le paradoxe du transfert de voix

ELECTIONS SÉNATORIALES

Scrutin proportionnel pour les départements à plus de 4 sénateurs.

Scrutin à la plus forte moyenne

ELECTIONS SÉNATORIALES

Scrutin proportionnel pour les départements à plus de 4 sénateurs.

Scrutin à la plus forte moyenne

Question : y a-t-il une prime aux dissidents ?

ELECTIONS SÉNATORIALES

Les Sénatoriales à Paris en 2011 : 12 sièges à pourvoir.

Liste conduite par	Voix	% Exprimés	Sièges
Mme JOUANNO (LMAJ)	542	22,90	
M. CAFFET (LUG)	1 449	61,22	
M. DUMAIT (LEXD)	6	0,25	
M. CHARON (LDVD)	189	7,98	
M. POZZO DI BORGO (LMAJ)	181	7,65	
M. FEDERBUSCH (LDVD)	0	0,00	

ELECTIONS SÉNATORIALES

Les Sénatoriales à Paris en 2011 : 12 sièges à pourvoir.

Quotient électoraux :

Liste	1	2	3	4	5	6	7	8
JOUANNO	542	271	180,66	135,5	108,4	90,33	77,43	67,75
CAFFET	1 449	724,5	483	362,25	289,8	241,5	207	181,125
DUMAIT	6	3	2	1,5	1,2	1	0,86	0,75
CHARON	189	94,5	63	47,25	37,8	31,5	27	23,62
POZZO D.B.	181	90,5	60,33	45,25	36,2	30,17	25,86	22,625
FEDERB.	0	0	0	0	0	0	0	0

ELECTIONS SÉNATORIALES

Les Sénatoriales à Paris en 2011 : 12 sièges à pourvoir.

Liste conduite par	Voix	% Exprimés	Sièges
Mme JOUANNO (LMAJ)	542	22,90	2
M. CAFFET (LUG)	1 449	61,22	8
M. DUMAIT (LEXD)	6	0,25	
M. CHARON (LDVD)	189	7,98	1
M. POZZO DI BORGO (LMAJ)	181	7,65	1
M. FEDERBUSCH (LDVD)	0	0,00	

ELECTIONS SÉNATORIALES

Ca se joue à une voix près !

Liste	1	3	8
JOUANNO	543	181	
CAFFET	1 448		181
DUMAIT			
CHARON	189		
POZZO D.B.	181		
FEDERB.			

c'est alors le plus âgé qui est élu !

ELECTIONS SÉNATORIALES

Et si les trois listes de la majorité présidentielle avaient fusionné ?

Liste conduite par	Voix	% Exprimés	Sièges
(LMAJ)	913	38,57	5
M. CAFFET (LUG)	1 449	61,22	7
M. DUMAIT (LEXD)	6	0,25	
M. FEDERBUSCH (LDVD)	0	0,00	

Il valait mieux y aller groupés !

EXEMPLES

- ▶ Elections sénatoriales à Paris en 2011
- ▶ **Le paradoxe du transfert de voix**

UN EXEMPLE DE PARADOXE

Le paradoxe du transfert de voix...

Exemple pour 6 sièges

Liste	Voix	% votes
A	113	56,5
B	59	29,5
C	28	14

UN EXEMPLE DE PARADOXE

Le paradoxe du transfert de voix...

Exemple pour 6 sièges					
Liste	1	2	3	4	5
A	113	56,5	37,67	28,25	
B	59	29,5	19,66	14,75	
C	28	14	9,33	7	

Résultat : A 4 sièges, B 2 sièges, C 0 siège.

UN EXEMPLE DE PARADOXE

Et si un votant de B vote pour C ?

Exemple pour 6 sièges

Liste	Voix	% votes
A	113	56,5
B	58	29
C	29	14,5

UN EXEMPLE DE PARADOXE

Le paradoxe du transfert de voix...

Exemple pour 6 sièges					
Liste	1	2	3	4	5
A	113	56,5	37,67	28,25	
B	58	29	19,33	14,5	
C	29	14,5	9,66	7,25	

Résultat : A 3 sièges, B 2 sièges, C 1 siège !!

ALORS QUEL SCRUTIN PROPORTIONNEL ?

- ▶ **proportionnelle intégrale** : rarement utilisée
- ▶ **proportionnelle à seuil** : pour éliminer les petits partis
- ▶ **proportionnelle avec prime majoritaire** : pour permettre de gouverner

DE QUOI PARLONS-NOUS ?

ÉLIRE PLUSIEURS PERSONNES À LA FOIS

Scrutins proportionnels

Exemples

CIRCONSCRIPTION

INDICES DE POUVOIR

Indice de pouvoir

COMPLÉMENTS SUR INDICE DE POUVOIR

SCRUTIN MAJORITAIRE

Un peu d'histoire et de définitions

Quelques méthodes classiques

Vers le théorème d'Arrow

DÉCOUPAGE DES CIRCONSCRIPTIONS

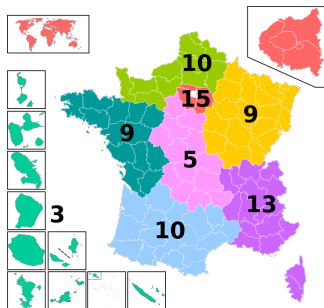
En théorie

Exemple du département du Rhône

Elections au suffrage indirect

DÉCOUPAGE EN CIRCONSCRIPTION

- ▶ 2014 : 8 circonscriptions (7 en métropole + 1 outre mer)



- ▶ 2019 : une seule liste nationale

Quelle différence ?

exemple sur une prévision pour 2019

HYPOTHÈSES DE TRAVAIL

Hypothèses simplificatrices :

- ▶ 80 sièges en tout
- ▶ même nombre de députés pour chaque circonscription (8 circonscriptions de 10 sièges)
- ▶ même score pour chaque liste dans chaque circonscription

Hypothèses de scores :

- ▶ sondage “Paris-Match” du 26 avril
- ▶ scores recalculés sans les listes à moins de 3%

AVEC UNE SEULE CIRCONSCRIPTION

Parti	Score	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
FI	10	10	5	3,3	2,5	2,0	1,7	1,4	1,3	1,1	1,0
G-s	3	3	1,5	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,4	0,3	0,3
PP-PS	7	7	3,5	2,3	1,8	1,4	1,17	1,0	0,9	0,8	0,7
EELV	10	10	5	3,3	2,5	2,0	1,7	1,4	1,3	1,1	1,0
LREM	26	26	13	8,7	6,5	5,2	4,3	3,7	3,3	2,9	2,6
LR	17	17	8,5	5,7	4,3	3,4	2,8	2,4	2,1	1,9	1,7
DLF	4	4	2	1,3	1,0	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,4
FN/RN	23	23	11,5	7,7	5,8	4,6	3,8	3,3	2,9	2,6	2,3
Parti	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
FI	0,9	0,8	0,8	0,7	0,7	0,6	0,6	0,6	0,5	0,5	0,5
G-s	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,1
PP-PS	0,6	0,6	0,5	0,5	0,5	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,3
EELV	0,9	0,8	0,8	0,7	0,7	0,6	0,6	0,6	0,5	0,5	0,5
LREM	2,4	2,2	2,0	1,9	1,7	1,6	1,5	1,4	1,4	1,3	1,2
LR	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,1	1,0	0,9	0,9	0,9	0,8
DLF	0,4	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
FN/RN	2,1	1,9	1,8	1,6	1,5	1,4	1,4	1,3	1,21	1,2	1,1

AVEC HUIT CIRCONSCRIPTIONS

Parti	Score	1	2	3
FI	10	10	5	3,3
G-s	3	3	1,5	1,0
PP-PS	7	7	3,5	2,3
EELV	10	10	5	3,3
LREM	26	26	13	8,7
LR	17	17	8,5	5,7
DLF	4	4	2	1,3
FN/RN	23	23	11,5	7,7

COMPARAISON

Parti	Score	Nb sièges	
		1 circ.	8 circ.
FI	10	8	$8 \times 1 = 8$
G·s	3	2	$8 \times 0 = 0$
PP-PS	7	5	$8 \times 0 = 0$
EELV	10	8	$8 \times 1 = 8$
LREM	26	21	$8 \times 3 = 24$
LR	17	14	$8 \times 2 = 16$
DLF	4	3	$8 \times 0 = 0$
FN/RN	23	19	$8 \times 3 = 24$

DE QUOI PARLONS-NOUS ?

ÉLIRE PLUSIEURS PERSONNES À LA FOIS

Scrutins proportionnels

Exemples

CIRCONSCRIPTION

INDICES DE POUVOIR

Indice de pouvoir

COMPLÉMENTS SUR INDICE DE POUVOIR

SCRUTIN MAJORITAIRE

Un peu d'histoire et de définitions

Quelques méthodes classiques

Vers le théorème d'Arrow

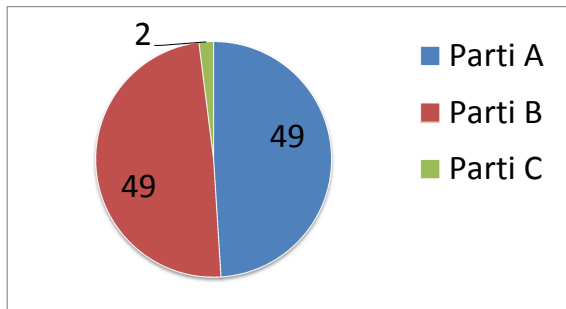
DÉCOUPAGE DES CIRCONSCRIPTIONS

En théorie

Exemple du département du Rhône

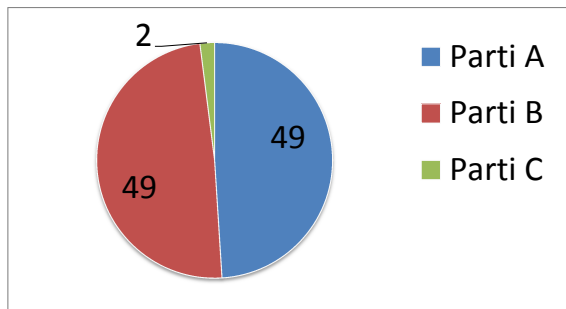
Elections au suffrage indirect

EXEMPLE INTRODUCTIF



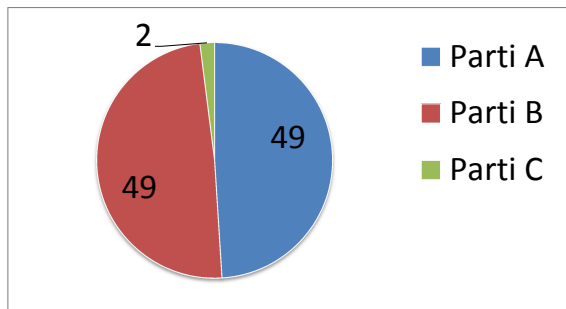
Qui a le pouvoir ?

EXEMPLE INTRODUCTIF



- ▶ vote à la majorité simple : les trois partis ont le même poids

EXEMPLE INTRODUCTIF



- ▶ vote à la majorité simple : les trois partis ont le même poids
- ▶ vote à la majorité des 2/3 : le parti C n'a aucun poids

POIDS D'UNE COALITION

en cas de :

- ▶ mandat impératif (exemple : Cameroun, Inde...)
- ▶ vote bloqué
- ▶ vote pondéré (exemple : conseil des ministres européens)
- ▶ ...

INDICES DE POUVOIR

INDICE DE POUVOIR

Mesure du pouvoir réel d'un votant dans une coalition

De nombreux indices existent :

- ▶ Shapley-Shubik
- ▶ Banzhaf
- ▶ Deegan-Packel
- ▶ ...

Voir Andjiga, Chantreuil, Lepelley 2003

INDICE DE SHAPLEY SHUBIK

L'indice de Shapley-Shubick pour le joueur i s'écrit :

$$SS(i) = \sum_{\substack{S \subset N \\ i \in S}} \frac{(|S| - 1)!(n - |S|)!}{n!} [v(S) - v(S - \{i\})]$$

où $n!$ donne tous les ordres de passage possibles et $v(S) = 1$ si la coalition S a la majorité, 0 sinon.

EXEMPLE AVEC 1 GRAND PARTI ET 3 PETITS

Calcul de l'indice de pouvoir de A.

Coalition S	$v(S)$	$v(S-\{A\})$	$\frac{(S -1)!(n- S)!}{n!}$
A	0	0	1/4
A+B	1	0	1/12
A+C	1	0	1/12
A+D	1	0	1/12
A+B+C	1	0	1/12
A+B+D	1	0	1/12
A+C+D	1	0	1/12
A+B+C+D	1	1	1/4

$$SS(A) = 0 + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + 0 = +\frac{1}{2}$$

EXEMPLE AVEC 1 GRAND PARTI ET 3 PETITS

Calcul de l'indice de pouvoir de B.

Coalition S	$v(S)$	$v(S - \{B\})$	$\frac{(S -1)!(n- S)!}{n!}$
B	0	0	1/4
B+A	1	0	1/12
B+C	0	0	1/12
B+D	0	0	1/12
B+A+C	1	1	1/12
B+A+D	1	1	1/12
B+C+D	1	0	1/12
B+A+C+D	1	1	1/4

$$SS(B) = 0 + \frac{1}{12} + 0 + 0 + 0 + 0 + \frac{1}{12} + 0 = +\frac{1}{6}$$

INDICE DE SHAPLEY-SHUBIK

Parti	SS
A	$1/2 = \mathbf{0,5}$
B	$1/6 = \mathbf{0,16}$
C	$1/6 = \mathbf{0,16}$
D	$1/6 = \mathbf{0,16}$

EXEMPLE DU PARLEMENT EUROPÉEN (2019)

(indice × 1000)

Etat	Nb sièges	Population	Indice nb sièges	Indice Pop
Allemagne	96	82162000	147,5	204,5
France	79	66661621	117	157,5
Italie	76	60665551	112,5	141
Espagne	59	46438422	84,5	103,5
Pologne	52	37967209	74	84
Roumanie	33	19760314	45,5	41
Pays-Bas	29	16979120	40	35
Belgique	21	11289853	28,5	23,5
Grèce	21	10793526	28,5	22
Rép. tchèque	21	10553853	28,5	21,5
Portugal	21	10341330	28,5	21
Suède	21	9851017	28,5	20
Hongrie	21	9830485	28,5	20
Autriche	19	8700471	25,5	18

EXEMPLE DU PARLEMENT EUROPÉEN (2019)

(indice \times 1000)

Etat	Nb sièges	Population	Indice nb sièges	Indice Pop
Bulgarie	17	7153784	23	14,5
Danemark	14	5659715	19	11,5
Finlande	14	5707251	19	11,5
Slovaquie	14	5426252	19	11
Irlande	13	4658530	17,5	9,5
Croatie	12	4190669	16	8,5
Lituanie	11	2888558	14,5	6
Slovénie	8	2064188	10,5	4
Lettonie	8	1968957	10,5	4
Estonie	7	1315944	9,5	2,5
Chypre	6	848319	8	1,5
Luxembourg	6	576249	8	1
Malte	6	434403	8	1
Royaume-Uni	0		0	0

EXEMPLE DU PARLEMENT EUROPÉEN (2019)

(indice \times 1000)

nom	nb siège	% sièges	Indice Shapley
Parti populaire européen (PPE)	216	28,8	32,4
Socialistes et Démocrates (S et D)	187	24,9	24,4
Conservateurs et réformistes (CRE)	75	10	10,1
Démocrates et Libéraux (ADLE)	68	9	8,7
Gauche unitaire (GUE/NGL)	52	6,9	6,6
Verts (Verts/ALE)	52	6,9	6,6
Europe de la liberté (ELDD)	41	5,5	5,2
Europe des Nations(ENL)	37	4,9	3,7
Non-inscrits (NI)	22	2,9	2,3

COMMENT CALCULE-T-ON CELA ?

- ▶ Calcul direct impossible ($28! \approx 10^{29}$)
- ▶ simulation obligatoire
- ▶ formule non opérationnelle

Solution :

1. prendre une permutation des 28 pays
2. calculer le score cumulé des i premiers pays (i allant de 1 à 28)
3. s'arrêter dès que le score cumulé dépasse 353
4. noter le nom du dernier pays
5. répéter (1 à 4) un très grand nombre de fois

COMMENT CALCULE-T-ON CELA ?

Ici,

- ▶ Choix des permutations au hasard par tirage d'une loi uniforme sur les pays et réarrangement par ordre croissant
- ▶ un million de simulation

```
quota<-sum(data_sieges)/2
nb_iter<-1000000
mat_unif<-array(runif(nb_iter*n), c(nb_iter,n))
mat_order<-t(apply(mat_unif, 1, order))
outcome <- apply(mat_order, 1, function(x)
  {x[sum(cumsum(data_sieges[x]) < quota) + 1] })
resultat <- prop.table(table(outcome))
```

C'EST TOUT POUR AUJOURD'HUI !



DE QUOI PARLONS-NOUS ?

ÉLIRE PLUSIEURS PERSONNES À LA FOIS

Scrutins proportionnels

Exemples

CIRCONSCRIPTION

INDICES DE POUVOIR

Indice de pouvoir

COMPLÉMENTS SUR INDICE DE POUVOIR

SCRUTIN MAJORITAIRE

Un peu d'histoire et de définitions

Quelques méthodes classiques

Vers le théorème d'Arrow

DÉCOUPAGE DES CIRCONSCRIPTIONS

En théorie

Exemple du département du Rhône

Elections au suffrage indirect

EXEMPLE AVEC 1 GRAND PARTI ET 3 PETITS

Parti	Nb sièges
A	2
B	1
C	1
D	1

Majorité : 3 voix

EXEMPLE AVEC 1 GRAND PARTI ET 3 PETITS

Exemple de coalition gagnante : A+B

Parti	Nb sièges
A	2
B	1
C	1
D	1

A+B est gagnante, mais B tout seul n'est pas gagnant.

⇒ A est décisif dans la coalition

EXEMPLE AVEC 1 GRAND PARTI ET 3 PETITS

Liste des coalitions gagnantes :

- ▶ $A+B$: A et B sont décisifs

EXEMPLE AVEC 1 GRAND PARTI ET 3 PETITS

Liste des coalitions gagnantes :

- ▶ $A+B$: A et B sont décisifs
- ▶ $A+C$: A et C sont décisifs

EXEMPLE AVEC 1 GRAND PARTI ET 3 PETITS

Liste des coalitions gagnantes :

- ▶ $A+B$: A et B sont décisifs
- ▶ $A+C$: A et C sont décisifs
- ▶ $A+D$: A et D sont décisifs

EXEMPLE AVEC 1 GRAND PARTI ET 3 PETITS

Liste des coalitions gagnantes :

- ▶ $A+B$: A et B sont décisifs
- ▶ $A+C$: A et C sont décisifs
- ▶ $A+D$: A et D sont décisifs
- ▶ $A+B+C$: seul A est décisif

EXEMPLE AVEC 1 GRAND PARTI ET 3 PETITS

Liste des coalitions gagnantes :

- ▶ $A+B$: A et B sont décisifs
- ▶ $A+C$: A et C sont décisifs
- ▶ $A+D$: A et D sont décisifs
- ▶ $A+B+C$: seul A est décisif
- ▶ $A+B+D$: seul A est décisif

EXEMPLE AVEC 1 GRAND PARTI ET 3 PETITS

Liste des coalitions gagnantes :

- ▶ $A+B$: A et B sont décisifs
- ▶ $A+C$: A et C sont décisifs
- ▶ $A+D$: A et D sont décisifs
- ▶ $A+B+C$: seul A est décisif
- ▶ $A+B+D$: seul A est décisif
- ▶ $A+C+D$: seul A est décisif

EXEMPLE AVEC 1 GRAND PARTI ET 3 PETITS

Liste des coalitions gagnantes :

- ▶ $A+B$: A et B sont décisifs
- ▶ $A+C$: A et C sont décisifs
- ▶ $A+D$: A et D sont décisifs
- ▶ $A+B+C$: seul A est décisif
- ▶ $A+B+D$: seul A est décisif
- ▶ $A+C+D$: seul A est décisif
- ▶ $B+C+D$: B, C et D sont décisifs

EXEMPLE AVEC 1 GRAND PARTI ET 3 PETITS

Résumé des coalitions gagnantes :

Coalition	Parti A	Parti B	Parti C	Parti D
A+B	1	1		
A+C	1		1	
A+D	1			1
A+B+C	1			
A+B+D	1			
A+C+D	1			
B+C+D		1	1	1
TOTAL	6	2	2	2

EXEMPLES DE PARADOXES.

1. paradoxe de monotonie
2. paradoxe de transfert
3. paradoxe de bloc

PARADOXE DE MONOTONIE

Un jeu ne respecte pas la monotonie si deux votants a et b sont tels que :

- ▶ a a plus de vote que b
- ▶ b a plus de pouvoir que a !

cela n'arrive pas avec l'indice de Banzhaf, mais avec d'autres indices si !

PARADOXE DE TRANSFERT

Un jeu ne respecte pas le postulat du transfert si un votant a a plus de pouvoir qu'un votant b , mais que le transfert d'un vote de b vers a fait perdre du pouvoir à a !

PARADOXE DE TRANSFERT : EXEMPLE

votant	a	b	c	d	e
voix	5	3	1	1	1

La majorité est fixée à 8 voix.

PARADOXE DE TRANSFERT : EXEMPLE

votant	a	b	c	d	e
voix	5	3	1	1	1

La majorité est fixée à 8 voix.

Les indices de pouvoir sont :

votant	a	b	c	d	e
pouvoir	0.45	0.4	0.05	0.05	0.05

PARADOXE DE TRANSFERT : EXEMPLE

Et si a donne une voix à b ?

votant	a	b	c	d	e
voix	4	4	1	1	1

PARADOXE DE TRANSFERT : EXEMPLE

Et si a donne une voix à b ?

votant	a	b	c	d	e
voix	4	4	1	1	1

Les indices de pouvoir sont :

votant	a	b	c	d	e
pouvoir	0.5	0.5	0	0	0

a a gagné du pouvoir en perdant une voix !

PARADOXE DU BLOC

Un jeu ne respecte pas le postulat du bloc si le fait de fusionner deux votants en un seul bloc leur fait perdre du pouvoir.

PARADOXE DU BLOC : EXEMPLE

votant	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
voix	9	9	7	1	1	1	1	1	1	1

La majorité est fixée à 25 voix.

PARADOXE DU BLOC : EXEMPLE

votant	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
voix	9	9	7	1	1	1	1	1	1	1

La majorité est fixée à 25 voix.

Les indices de pouvoir sont (à diviser par 392) :

votant	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
pouvoir	129	129	127	1	1	1	1	1	1	1

Indice de pouvoir de a : $129/392$ soit 0,329

Indice de pouvoir de j : $1/392$ soit 0,0025

PARADOXE DU BLOC : EXEMPLE

Et si a et j font blocs ?

votant	a+j	b	c	d	e	f	g	h	i
voix	10	9	7	1	1	1	1	1	1

La majorité est fixée à 25 voix.

PARADOXE DU BLOC : EXEMPLE

Et si a et j font blocs ?

votant	a+j	b	c	d	e	f	g	h	i
voix	10	9	7	1	1	1	1	1	1

La majorité est fixée à 25 voix.

Les indices de pouvoir sont (à diviser par 199) :

votant	a+j	b	c	d	e	f	g	h	i
pouvoir	65	65	63	1	1	1	1	1	1

Indice de pouvoir de $a + j$: $65/199$ soit 0,327 !

DE QUOI PARLONS-NOUS ?

ÉLIRE PLUSIEURS PERSONNES À LA FOIS

Scrutins proportionnels

Exemples

CIRCONSCRIPTION

INDICES DE POUVOIR

Indice de pouvoir

COMPLÉMENTS SUR INDICE DE POUVOIR

SCRUTIN MAJORITAIRE

Un peu d'histoire et de définitions

Quelques méthodes classiques

Vers le théorème d'Arrow

DÉCOUPAGE DES CIRCONSCRIPTIONS

En théorie

Exemple du département du Rhône

Elections au suffrage indirect

HISTOIRE...

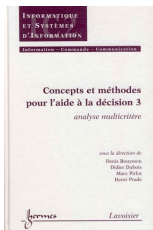
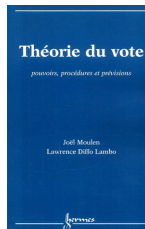


J.C. de Borda



Marquis de Condorcet

BIBLIOGRAPHIE



FORMALISME

On suppose qu'on connaît :

- ▶ la liste des candidats : $x, y, z...$
- ▶ la liste des votants : $a, b, c...$
- ▶ les préférences de **tous** les votants sur **l'ensemble** des candidats

FORMALISME

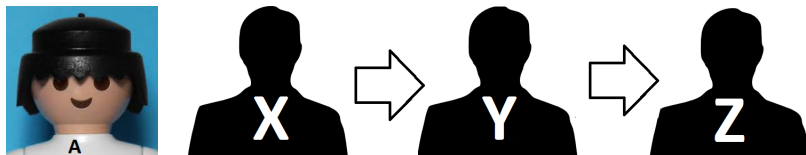
On suppose qu'on connaît :

- ▶ la liste des candidats : $x, y, z...$
- ▶ la liste des votants : $a, b, c...$
- ▶ les préférences de **tous** les votants sur **l'ensemble** des candidats

On suppose aussi que :

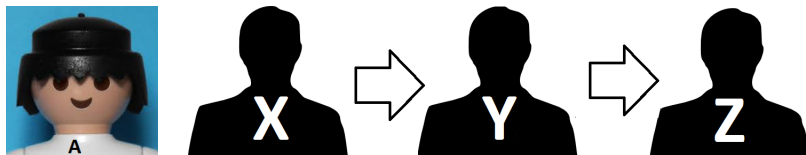
- ▶ les votants sont sincères
- ▶ les préférences des votants ne changent pas entre deux tours de scrutins

FORMALISME : EXEMPLE

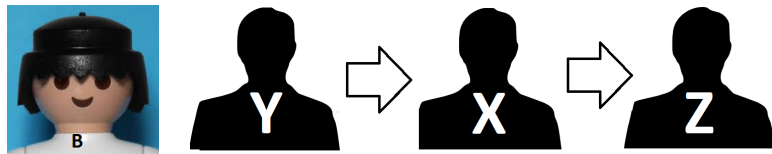


Préférence de $a : x \succ y \succ z$

FORMALISME : EXEMPLE



Préférence de a : $x \succ y \succ z$



Préférence de b : $y \succ x \succ z$

FORMALISME : TABLEAU

Tableau de votants :

	a	b	c	...
1	x	y	y	...
2	y	x	z	...
3	z	z	x	...

Tableau de groupes de votants :

groupe	A	B	C	...
nb votants	3	2	7	...
1	x	y	y	...
2	y	x	z	...
3	z	z	x	...

MÉCANISME DE VOTE

Un **mécanisme de vote** permet d'agréger les préférences individuelles en une préférence collective, pour dégager un vainqueur du scrutin.

$$\left\{ \begin{array}{l} a: x \succ_a y \succ_a z \\ b: y \succ_b x \succ_b z \\ c: y \succ_c z \succ_c x \\ d: \dots \\ \dots \end{array} \right. \Rightarrow x \succ y \succ z$$

QUI VA ÊTRE ÉLU ?

Prenons 5 candidats A, B, C, D, E et supposons que l'on connaisse toutes les préférences des 15 votants

option	O1	O2	O3	O4	O5	O6
nb votants	4	4	3	2	1	1
1	A	B	E	D	C	A
2	D	C	B	E	E	D
3	C	D	C	C	D	E
4	E	E	D	B	B	C
5	B	A	A	A	A	B

Peut-on manipuler l'élection pour faire élire le candidat de notre choix ?

SCRUTIN MAJORITAIRE À UN TOUR

le vainqueur est celui qui a le plus de voix au premier tour
(élections présidentielles en Islande, Corée du Sud, Mexique,
Venezuela...)

SCRUTIN MAJORITAIRE À UN TOUR

le vainqueur est celui qui a le plus de voix au premier tour
(élections présidentielles en Islande, Corée du Sud, Mexique, Venezuela...)

option	O1	O2	O3	O4	O5	O6
nb votants	4	4	3	2	1	1
1	A	B	E	D	C	A
2	D	C	B	E	E	D
3	C	D	C	C	D	E
4	E	E	D	B	B	C
5	B	A	A	A	A	B

SCRUTIN MAJORITAIRE À UN TOUR

le vainqueur est celui qui a le plus de voix au premier tour
(élections présidentielles en Islande, Corée du Sud, Mexique, Venezuela...)

option	O1	O2	O3	O4	O5	O6
nb votants	4	4	3	2	1	1
1	A	B	E	D	C	A
2	D	C	B	E	E	D
3	C	D	C	C	D	E
4	E	E	D	B	B	C
5	B	A	A	A	A	B

Nombre de voix : A=5 ; B=4 ; C=1 ; D=2 ; E=3

A est élu

SCRUTIN MAJORITAIRE À DEUX TOUR

Les deux premiers du premier tour sont qualifiés pour un deuxième tour. Le vainqueur est celui qui a le plus de voix au deuxième tour. (France, Autriche, Portugal, Roumanie, Finlande, nombreux pays d'Amérique Latine et d'Afrique...)

SCRUTIN MAJORITAIRE À DEUX TOUR

Les deux premiers du premier tour sont qualifiés pour un deuxième tour. Le vainqueur est celui qui a le plus de voix au deuxième tour. (France, Autriche, Portugal, Roumanie, Finlande, nombreux pays d'Amérique Latine et d'Afrique...)

option	O1	O2	O3	O4	O5	O6
nb votants	4	4	3	2	1	1
1	A	B	E	D	C	A
2	D	C	B	E	E	D
3	C	D	C	C	D	E
4	E	E	D	B	B	C
5	B	A	A	A	A	B

SCRUTIN MAJORITAIRE À DEUX TOUR

Les deux premiers du premier tour sont qualifiés pour un deuxième tour. Le vainqueur est celui qui a le plus de voix au deuxième tour. (France, Autriche, Portugal, Roumanie, Finlande, nombreux pays d'Amérique Latine et d'Afrique...)

option	O1	O2	O3	O4	O5	O6
nb votants	4	4	3	2	1	1
1	A	B	E	D	C	A
2	D	C	B	E	E	D
3	C	D	C	C	D	E
4	E	E	D	B	B	C
5	B	A	A	A	A	B

Premier tour : A et B qualifiés

SCRUTIN MAJORITAIRE À DEUX TOUR

Les deux premiers du premier tour sont qualifiés pour un deuxième tour. Le vainqueur est celui qui a le plus de voix au deuxième tour. (France, Autriche, Portugal, Roumanie, Finlande, nombreux pays d'Amérique Latine et d'Afrique...)

option	O1	O2	O3	O4	O5	O6
nb votants	4	4	3	2	1	1
1	A	B	E	D	C	A
2	D	C	B	E	E	D
3	C	D	C	C	D	E
4	E	E	D	B	B	C
5	B	A	A	A	A	B

Premier tour : A et B qualifiés

Deuxième tour, nombre de voix : A=5 ; B=10

B est élu

SCRUTIN DE CONDORCET

Est vainqueur celui qui gagne en duel contre tous les autres candidats (s'il existe). (test sur des hypothèses de deuxième tour par les instituts de sondage).

SCRUTIN DE CONDORCET

Est vainqueur celui qui gagne en duel contre tous les autres candidats (s'il existe). (test sur des hypothèses de deuxième tour par les instituts de sondage).

option	O1	O2	O3	O4	O5	O6
nb votants	4	4	3	2	1	1
1	A	B	E	D	C	A
2	D	C	B	E	E	D
3	C	D	C	C	D	E
4	E	E	D	B	B	C
5	B	A	A	A	A	B

SCRUTIN DE CONDORCET

Est vainqueur celui qui gagne en duel contre tous les autres candidats (s'il existe). (test sur des hypothèses de deuxième tour par les instituts de sondage).

option	O1	O2	O3	O4	O5	O6
nb votants	4	4	3	2	1	1
1	A	B	E	D	C	A
2	D	C	B	E	E	D
3	C	D	C	C	D	E
4	E	E	D	B	B	C
5	B	A	A	A	A	B

Exemples de duel

C contre B :

SCRUTIN DE CONDORCET

Est vainqueur celui qui gagne en duel contre tous les autres candidats (s'il existe). (test sur des hypothèses de deuxième tour par les instituts de sondage).

option	O1	O2	O3	O4	O5	O6
nb votants	4	4	3	2	1	1
1	A	B	E	D	C	A
2	D	C	B	E	E	D
3	C	D	C	C	D	E
4	E	E	D	B	B	C
5	B	A	A	A	A	B

Exemples de duel

C contre B : $B=4+3=7$; $C=4+2+1+1=8$;

C contre D :

SCRUTIN DE CONDORCET

Est vainqueur celui qui gagne en duel contre tous les autres candidats (s'il existe). (test sur des hypothèses de deuxième tour par les instituts de sondage).

option	O1	O2	O3	O4	O5	O6
nb votants	4	4	3	2	1	1
1	A	B	E	D	C	A
2	D	C	B	E	E	D
3	C	D	C	C	D	E
4	E	E	D	B	B	C
5	B	A	A	A	A	B

Exemples de duel

C contre B : $B=4+3=7$; $C=4+2+1+1=8$;

C contre D : $C=4+3+1=8$; $D=4+2+1=7$

SCRUTIN DE CONDORCET

DUELS

	A	B	C	D	E
A					
B	+				
C	+	+		+	+
D	+	+	+		
E	+	+		+	

SCRUTIN DE CONDORCET

DUELS

	A	B	C	D	E
A					
B	+				
C	+	+		+	+
D	+	+	+		
E	+	+		+	

C est gagnant de Condorcet

SCRUTIN DE BORDA

On donne 5 points à celui classé premier, 4 points à celui classé deuxième, etc. Le gagnant est celui qui a le plus de points. (Ballon d'or, MVP NBA...)

SCRUTIN DE BORDA

On donne 5 points à celui classé premier, 4 points à celui classé deuxième, etc. Le gagnant est celui qui a le plus de points. (Ballon d'or, MVP NBA...)

option	O1	O2	O3	O4	O5	O6
nb votants	4	4	3	2	1	1
1	A	B	E	D	C	A
2	D	C	B	E	E	D
3	C	D	C	C	D	E
4	E	E	D	B	B	C
5	B	A	A	A	A	B

SCRUTIN DE BORDA

On donne 5 points à celui classé premier, 4 points à celui classé deuxième, etc. Le gagnant est celui qui a le plus de points. (Ballon d'or, MVP NBA...)

option	O1	O2	O3	O4	O5	O6
nb votants	4	4	3	2	1	1
1	A	B	E	D	C	A
2	D	C	B	E	E	D
3	C	D	C	C	D	E
4	E	E	D	B	B	C
5	B	A	A	A	A	B

Exemple : score de

$$B = 4 \times 1 + 4 \times 5 + 3 \times 4 + 2 \times 2 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 43$$

SCRUTIN DE BORDA

On donne 5 points à celui classé premier, 4 points à celui classé deuxième, etc. Le gagnant est celui qui a le plus de points. (Ballon d'or, MVP NBA...)

option	O1	O2	O3	O4	O5	O6
nb votants	4	4	3	2	1	1
1	A	B	E	D	C	A
2	D	C	B	E	E	D
3	C	D	C	C	D	E
4	E	E	D	B	B	C
5	B	A	A	A	A	B

Exemple : score de

$$B=4 \times 1 + 4 \times 5 + 3 \times 4 + 2 \times 2 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 43$$

Scores : A=35 ; B=43 ; C=50 ; D=51 ; E=46 ;

SCRUTIN DE BORDA

On donne 5 points à celui classé premier, 4 points à celui classé deuxième, etc. Le gagnant est celui qui a le plus de points. (Ballon d'or, MVP NBA...)

option	O1	O2	O3	O4	O5	O6
nb votants	4	4	3	2	1	1
1	A	B	E	D	C	A
2	D	C	B	E	E	D
3	C	D	C	C	D	E
4	E	E	D	B	B	C
5	B	A	A	A	A	B

Exemple : score de

$$B=4 \times 1 + 4 \times 5 + 3 \times 4 + 2 \times 2 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 43$$

Scores : A=35 ; B=43 ; C=50 ; D=51 ; E=46 ;

D est le vainqueur de Borda

SCRUTIN DES CHAISES MUSICALES

A chaque tour de scrutin on élimine celui qui est classé dernier.
Le dernier qualifié remporte l'élection. (Irlande, députés
australiens...)

SCRUTIN DES CHAISES MUSICALES

A chaque tour de scrutin on élimine celui qui est classé dernier.
Le dernier qualifié remporte l'élection. (Irlande, députés
australiens...)

option	O1	O2	O3	O4	O5	O6
nb votants	4	4	3	2	1	1
1	A	B	E	D	C	A
2	D	C	B	E	E	D
3	C	D	C	C	D	E
4	E	E	D	B	B	C
5	B	A	A	A	A	B

SCRUTIN DES CHAISES MUSICALES

A chaque tour de scrutin on élimine celui qui est classé dernier.
Le dernier qualifié remporte l'élection. (Irlande, députés australiens...)

option	O1	O2	O3	O4	O5	O6
nb votants	4	4	3	2	1	1
1	A	B	E	D	C	A
2	D	C	B	E	E	D
3	C	D	C	C	D	E
4	E	E	D	B	B	C
5	B	A	A	A	A	B

Tour 1 ; nombre de voix : A=5 ; B=4 ; C=1 ; D=2 ; E=3
C est éliminé

SCRUTIN DES CHAISES MUSICALES

A chaque tour de scrutin on élimine celui qui est classé dernier.
Le dernier qualifié remporte l'élection.

SCRUTIN DES CHAISES MUSICALES

A chaque tour de scrutin on élimine celui qui est classé dernier.
Le dernier qualifié remporte l'élection.

option	O1	O2	O3	O4	O5	O6
nb votants	4	4	3	2	1	1
1	A	B	E	D		A
2	D		B	E	E	D
3		D			D	E
4	E	E	D	B	B	
5	B	A	A	A	A	B

Tour 2 ; nombre de voix : A=5 ; B=4 ; D=2 ; E=4
D est éliminé

SCRUTIN DES CHAISES MUSICALES

A chaque tour de scrutin on élimine celui qui est classé dernier.
Le dernier qualifié remporte l'élection.

SCRUTIN DES CHAISES MUSICALES

A chaque tour de scrutin on élimine celui qui est classé dernier.
Le dernier qualifié remporte l'élection.

option	O1	O2	O3	O4	O5	O6
nb votants	4	4	3	2	1	1
1	A	B	E			A
2			B	E	E	
3						E
4	E	E		B	B	
5	B	A	A	A	A	B

Tour 3 ; nombre de voix : A=5 ; B=4 ; E=6 ;
B est éliminé

SCRUTIN DES CHAISES MUSICALES

A chaque tour de scrutin on élimine celui qui est classé dernier.
Le dernier qualifié remporte l'élection.

option	O1	O2	O3	O4	O5	O6
nb votants	4	4	3	2	1	1
1	A		E			A
2				E	E	
3						E
4	E	E				
5		A	A	A	A	

Tour 4 ; nombre de voix : A=5 ; E=10 ;

A est éliminé, **E est gagnant**

RÉSULTATS

- ▶ scrutin majoritaire à un tour : A est élu
- ▶ scrutin majoritaire à deux tours : B est élu
- ▶ méthode de Condorcet : C est élu
- ▶ méthode de Borda : D est élu
- ▶ méthode des chaises musicales : E est élu

PROPRIÉTÉS ET PARADOXES

SCRUTIN MAJORITAIRE À UN TOUR

Ce scrutin peut faire élire le candidat le plus détesté !

Exemple :

option	A	B	C	D
nb de votants	6	7	5	3
1	x	z	t	y
2	y	t	y	x
3	t	y	x	t
4	z	x	z	z

PROPRIÉTÉS ET PARADOXES

SCRUTIN MAJORITAIRE À DEUX TOURS

Ce mode de scrutin n'est pas monotone !

option	A	B	C	D
nb de votants	6	5	4	2
1	x	z	y	y
2	y	x	z	x
3	z	y	x	z

PROPRIÉTÉS ET PARADOXES

SCRUTIN MAJORITAIRE À DEUX TOURS

Ce mode de scrutin n'est pas monotone !

option	A	B	C	D
nb de votants	6	5	4	2
1	x	z	y	y
2	y	x	z	x
3	z	y	x	z

Premier tour : 6 voix pour x, 5 pour z et 6 pour y.

Deuxième tour : 11 voix pour x, 6 pour y.

x élu.

PROPRIÉTÉS ET PARADOXES

SCRUTIN MAJORITAIRE À DEUX TOURS

Ce mode de scrutin n'est pas monotone !

Changement des préférences du groupe D :

option	A	B	C	D
nb de votants	6	5	4	2
1	x	z	y	x
2	y	x	z	y
3	z	y	x	z

PROPRIÉTÉS ET PARADOXES

SCRUTIN MAJORITAIRE À DEUX TOURS

Ce mode de scrutin n'est pas monotone !

Changement des préférences du groupe D :

option	A	B	C	D
nb de votants	6	5	4	2
1	x	z	y	x
2	y	x	z	y
3	z	y	x	z

Premier tour : 8 voix pour x, 5 pour z et 4 pour y.

Deuxième tour : 8 voix pour x, 9 pour z.

z élu !

PROPRIÉTÉS ET PARADOXES

SCRUTIN DE BORDA

Les préférences par paires sont dépendantes des forces en présence !

Exemple :

option	A	B	C
nb de votants	6	5	3
1	x	y	z
2	y	x	x
3	z	z	y

x (34pts) \succ y (30pts)

option	A	B	C
nb de votants	6	5	3
1	x	y	z
2	y	t	x
3	z	x	y
4	t	z	t

x (43pts) \prec y (44pts)

PROPRIÉTÉS ET PARADOXES

SCRUTIN DE CONDORCET

le vainqueur de Condorcet n'existe pas forcément ("triplet de Condorcet")!

Exemple :

option	A	B	C
nb de votants	6	7	5
1	x	y	z
2	y	z	x
3	z	x	y

$x \succ y, y \succ z$ et $z \succ x$!!

PROPRIÉTÉS ET PARADOXES

SCRUTIN PAR ÉLIMINATION

Le vainqueur dans chaque collège n'est pas le vainqueur total

Exemple :

option	A	B	C	D
nb de votants	4	3	3	3
1	x	y	z	z
2	y	x	x	y
3	z	z	y	x

$x \succ z \succ y$

option	A'	B'	C'	D'
nb de votants	4	3	3	3
1	x	y	z	y
2	y	x	x	z
3	z	z	y	x

$x \succ y \succ z$

PROPRIÉTÉS ET PARADOXES

SCRUTIN PAR ÉLIMINATION

Le vainqueur dans chaque collège n'est pas le vainqueur total !

Exemple :

option	A	B	C	D	D'
nb de votants	8	6	6	3	3
1	x	y	z	z	y
2	y	x	x	y	z
3	z	z	y	x	x

$y \succ z \succ x!$

THÉORÈME D'ARROW

Propriétés souhaitables :

- ▶ universalité : tout ordre de préférences d'un votant sur les candidats est acceptable *a priori*
- ▶ unanimité : si tous les votants pensent que $x \succ y$, alors il faut que dans la préférence globale $x \succ y$
- ▶ indépendance vis-à-vis des alternatives tierces : le classement relatif de x et y ne dépend pas de la présence ou l'absence de z
- ▶ transitivité : la relation obtenue doit être transitive
- ▶ non dictature : ce n'est pas un votant qui décide pour tout le monde

THÉORÈME D'ARROW

THÉORÈME D'ARROW (51)

Il n'existe pas de procédure d'agrégation de préférences vérifiant simultanément les 5 propriétés précitées

Autrement dit : le scrutin démocratique ne peut pas exister !

THÉORÈME D'ARROW

Propriétés non vérifiées :

- ▶ universalité : tout ordre de préférences d'un votant sur les candidats est acceptable *a priori*
- ▶ unanimité : si tous les votants pensent que $x \succ y$, alors il faut que dans la préférence globale $x \succ y$
- ▶ indépendance vis-à-vis des alternatives tierces : le classement relatif de x et y ne dépend pas de la présence ou l'absence de z
- ▶ transitivité : la relation obtenue doit être transitive
- ▶ non dictature : ce n'est pas un votant qui décide pour tout le monde

...ET LES ALTERNATIVES...

...elles fleurissent, merci !



ET LE GAGNANT DE LA CONTRE-ÉLECTION EST...
PRÉSIDENTIELLES 2017

30/01/2017



Jugez vos candidats à l'élection présidentielle
une expérience de vote basée sur le scrutin par jugement majoritaire

DE QUOI PARLONS-NOUS ?

ÉLIRE PLUSIEURS PERSONNES À LA FOIS

Scrutins proportionnels

Exemples

CIRCONSCRIPTION

INDICES DE POUVOIR

Indice de pouvoir

COMPLÉMENTS SUR INDICE DE POUVOIR

SCRUTIN MAJORITAIRE

Un peu d'histoire et de définitions

Quelques méthodes classiques

Vers le théorème d'Arrow

DÉCOUPAGE DES CIRCONSCRIPTIONS

En théorie

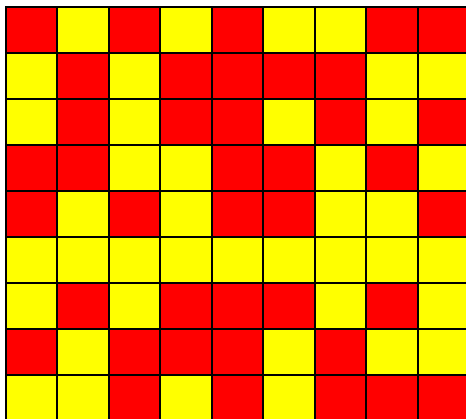
Exemple du département du Rhône

Elections au suffrage indirect

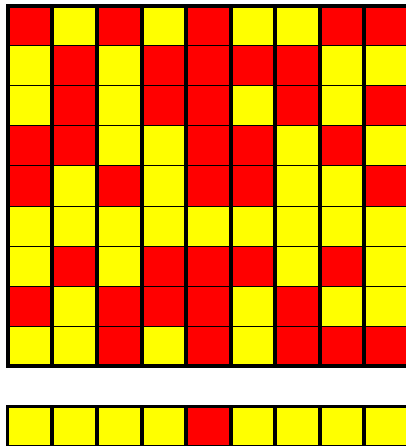
DÉCOUPAGE "PARTISAN"

Si on "connait" le vote des électeurs ?

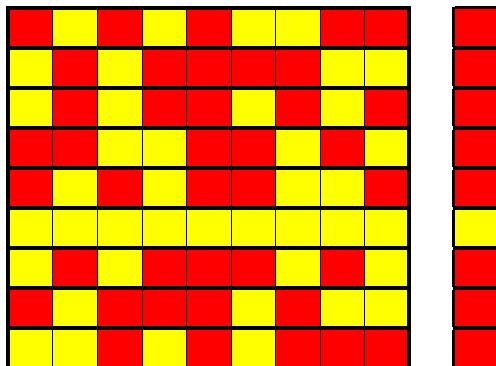
EXEMPLE THÉORIQUE



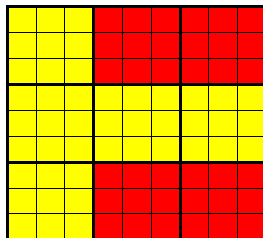
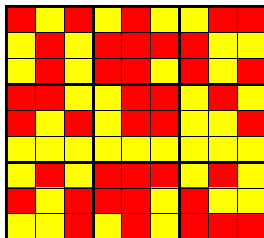
EXEMPLE THÉORIQUE



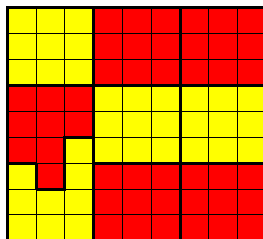
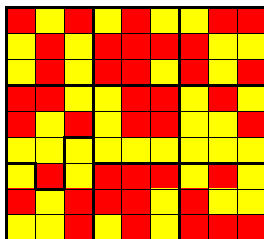
EXEMPLE THÉORIQUE



EXEMPLE THÉORIQUE



EXEMPLE THÉORIQUE



EXEMPLE DU RHÔNE : LÉGISLATIVES



EXEMPLE DU RHÔNE : LÉGISLATIVE (2012)

Circonscription	Ville	Nb Hab
1	Lyon	128282
2	Lyon	113245
3	Lyon	111828
4	Lyon	129826
5	Caluire	114498
6	Villeurbanne	142552
7	Vaux-Bron	116766
8	Tarare	137603
9	Villefranche	127756
10	Vaugneray	121887
11	Givors	122500
12	Oullins	113982
13	Decines	142642
14	Venissieux	96941

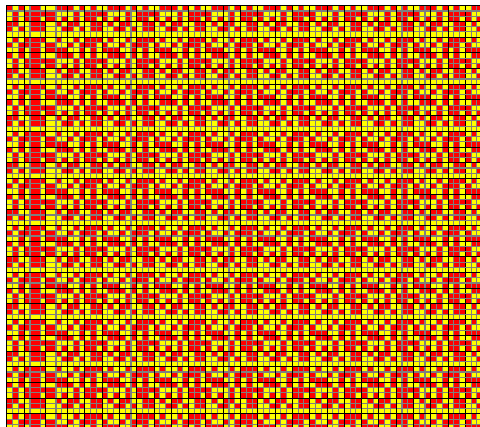
A peu près réussi, sauf les 13 et 14 !

EXEMPLE DU RHÔNE : ST PRIEST

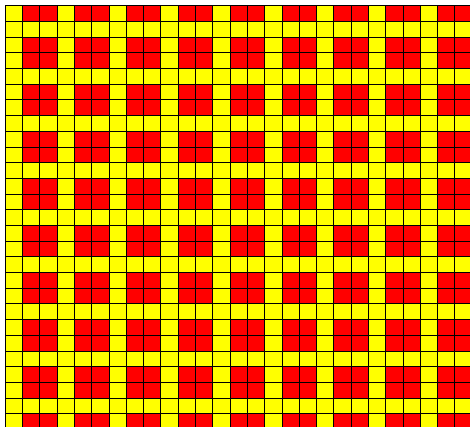
	circo 13	circo 14
population St Priest	≈ 13000	≈ 28500
population Totale	≈ 113000	≈ 125500
% vote LUG St Priest	50.5%	56.5%
% vote LUG reste	48%	63%
% vote UMP St Priest	31.8%	23.5%
% vote UMP reste	33%	18%

Au passage un chiffre : 37% de la pop inscrite sur les listes électorales à Vénissieux, 62% à Décines-Meyzieu

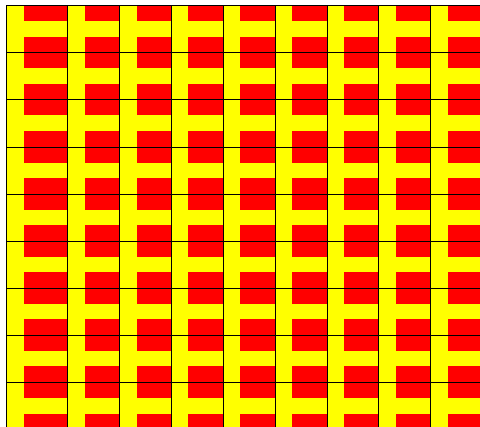
EFFET DE SEUIL



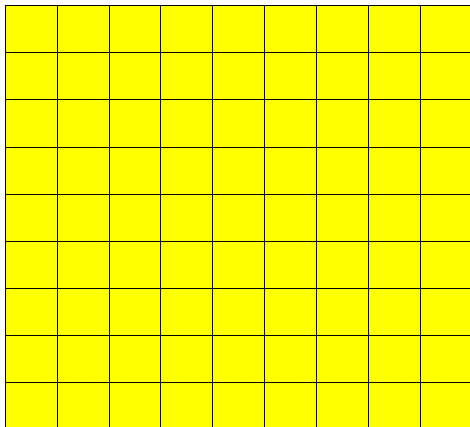
EFFET DE SEUIL



EFFET DE SEUIL



EFFET DE SEUIL



EFFET DE SEUIL

UN PETIT CHANGEMENT...

- ▶ si 41 personnes changent d'avis (0,6%) \Rightarrow Majorité rouge

EFFET DE SEUIL

UN PETIT CHANGEMENT...

- ▶ si 41 personnes changent d'avis (0,6%) \Rightarrow Majorité rouge
- ▶ si 81 personnes changent d'avis (1,2%) \Rightarrow Unanimité rouge