Recherche Opérationnelle et Optimisation
TP6 : Applications de quelques problèmes de graphe non orienté ou valué

Responsable : Julien Ah-Pine

M1 Informatique 2018/2019

Préambule

Lors de cette séance de travail, il vous est demandé de modéliser les problèmes ci-dessous et de les résoudre en utilisant les concepts/algorithmes vus en cours. Dans le premier exercice il n'y a pas d'algorithmes à utiliser. Pour les deux autres, vous devez dans un premier temps dérouler les algorithmes à la main puis, dans un deuxième temps, vérifier si vous trouvez la même solution avec votre implémentation. L'objectif est donc triple :

— Appliquer les concepts de graphe dans le cadre de cas pratiques pour leurs modélisations.

— Savoir résoudre les problèmes sous-jacents par le biais d'algorithmes appropriés.

— Vérifier la bonne implémentation de ces algorithmes.

1 Exercice

Guy est un jeune diplômé qui vient d'être embauché dans une banque dans un quartier bourgeois et il décide de s'acheter des nouveaux habits pour aller travailler. Il va chez le tailleur du coin et doit choisir entre 3 costumes (c_1, c_2, c_3), 2 cravates (r_1, r_2) et 3 chemises de couleur (h_1, h_2, h_3). Pour éviter les fautes de bon goût dans les associations de couleurs et de styles, le tailleur lui signale toutefois les incompatibilités suivantes :

L'article ...	ne s'associe pas avec ...
r_1	c_2, h_1, h_2
r_2	h_3
h_1	c_1
h_2	c_1
h_3	c_2, c_3

Le budget de Guy est limité, il doit acheter le minumum d'articles lui permettant d'avoir le maximum de tenues distinctes (deux tenues étant distinctes si au moins un des éléments est distinct).

Q1 Représenter au moyen d'un graphe les incompatibilités entre articles parmi les choix de Guy.

Q2 Comment aider Guy dans son choix ? (Rq : il n'est pas nécessaire ici d'utiliser un algorithme mais un concept vu en cours).

2 Exercice

Soit $T = \{t_1, \ldots, t_7\}$ un ensemble de 7 travaux et $M = \{m_1, \ldots, m_7\}$ un ensemble de 7 machines. Chaque travail t_i utilise un certain nombre de machines :

Le travail ...	utilise le sous ensemble de machines ...
t_1	$M_1 = \{m_1, m_3, m_5\}$
t_2	$M_2 = \{m_1, m_2, m_4\}$
t_3	$M_3 = \{m_2, m_3, m_5\}$
t_4	$M_4 = \{m_2, m_4, m_7\}$
t_5	$M_5 = \{m_5, m_6, m_7\}$
t_6	$M_6 = \{m_4, m_6, m_7\}$
t_7	$M_7 = \{m_5, m_6, m_7\}$

Le temps nécessaire à l'exécution de chaque travail t_i est le même mais deux travaux t_i et t_j $(i \neq j)$ ne peuvent être exécutés simultanément que s'ils utilisent des machines différentes $(M_i \cap M_j = \emptyset)$

Q1 Représenter au moyen d'un graphe les contraintes de ce problème.

Q2 Comment effectuer l'ensemble des travaux en un temps minimum ?

3 Exercice

Le tableau suivant donne les temps de trajet proposés par une compagnie aérienne entre plusieurs villes européennes.

	A	B	C	D	E
A		1h30	2h		2h15
B	1h40				3h
C	2h20			2h55	
D			3h20		1h05
E	2h25	3h10	1h10		

Q1 Tracez le graphe dont les arcs représentent les vols que cette compagnie aérienne assure. Peut-on partir de n'importe quelle ville pour arriver à n'importe quelle autre ville ? Que pouvez-vous en déduire à propros du graphe ?

Q2 Utilisez l'algorithme de Moore-Dijkstra ou celui de Ford-Bellmann afin de déterminer le plus court chemin entre la ville C et toutes les autres villes.

Q3 Dans le cas de vols non directs, on souhaite prendre en considération des temps d'attente lors des escales. Le temps d'attente pour les villes A, B, C, D, E sont respectivement de 30 min, 1h, 30 min, 1h30, 30 min. Considérez le sous-graphe induit par $\{A, B, C, E\}$ et tracez un p-graphe dont les arcs sont des vols comportant exactement une escale et qui ne font pas déjà l'objet de vols directs. (Explicitez les longueurs associées aux arcs de votre graphe).