Notes de Cours sur le logiciel R

Anne PHILIPPE

Université de Nantes,
Laboratoire de Mathématiques Jean Leray
email : Anne.philippe@math.univ-nantes.fr

26 septembre 2012

Plan

Installation

Le logiciel R est un *freeware* disponible sur le site http://cran.r-project.org/
Il existe des versions

- Windows
- MacOS X
- Linux ...

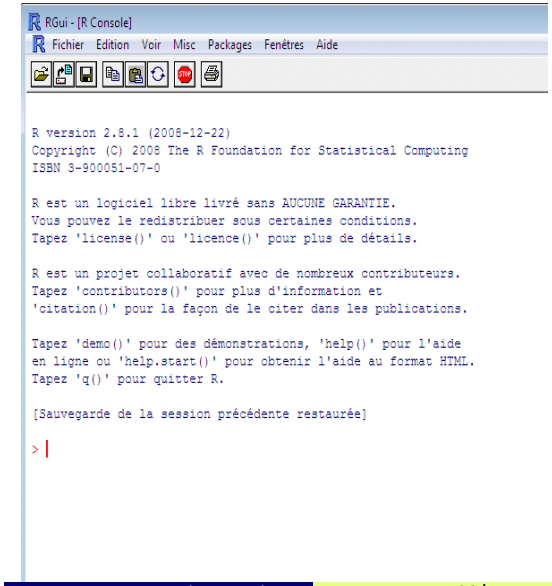
Outils disponibles :

- un langage de programmation orienté objet
- des fonctions de "base"
- des librairies/packages complémentaires (1800 sur le site CRAN)

Documentations

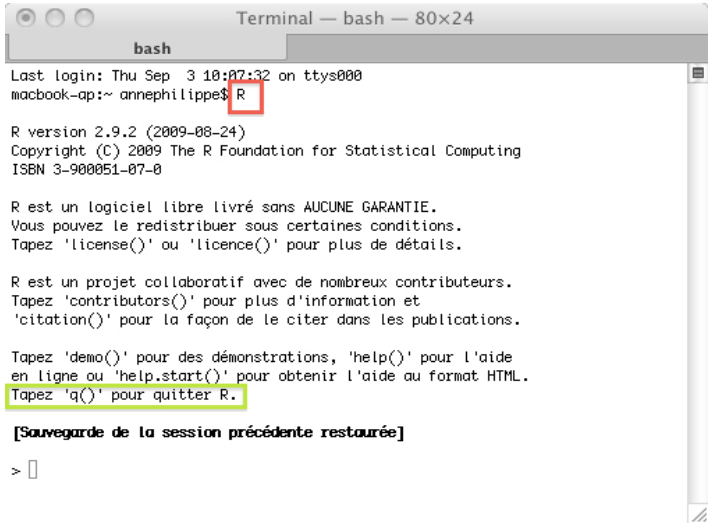
- Documents sur le logiciel R :
  http://www.math.sciences.univ-nantes.fr/~philippe/R_freeware.html
- Site consacré aux graphiques
  addictedtor.free.fr/graphiques/
- Collection spécifique UseR chez Springer
- Plus de 80 livres,
  par exemple
  - Introductory Statistics With R
  - Bayesian Computation With R
  - Applied Statistical Genetics With R :
  - Generalized Additive Models : An Introduction with R
  - Extending the Linear Model With R
  - Time Series Analysis And Its Applications : With R Examples

Au démarrage



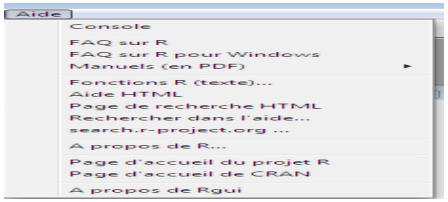
- `>` apparaît automatiquement en début de chaque ligne de commandes
- `+` apparaît en début de ligne si la ligne précédente est incomplète

Sous linux



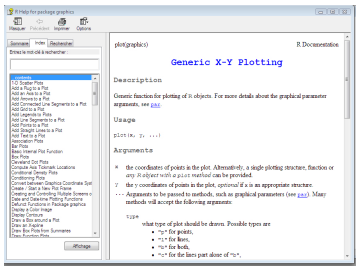
Utiliser l'aide

```
> help("plot")
> ?plot
> help.search("plot")
> ??plot
```



Les démos :

```
# pour obtenir la liste des demos
> demo()
> demo(graphics)
```

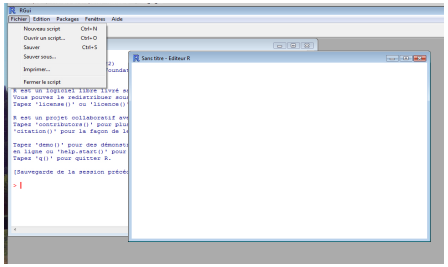


Les exemples :
La fonction `example` exécute les exemples généralement inclus à la fin des fichiers d'aide.

```
> example(FUN)
```


Éditeur

Sous MacOS et Windows, un éditeur de texte intégré au logiciel R



- `Ctrl R` exécute la ligne sur laquelle se trouve le curseur ou les lignes d'un bloc sélectionné.
- `source("nom-du-fichier.R")` pour exécuter le code contenu dans le fichier `nom-du-fichier.R`

Librairies

- Toutes les librairies ne sont pas chargées au lancement du logiciel
- `library()` retourne la liste des librairies installées.
- `library(LIB)` charge la librairie `LIB`
- `library(help = LIB)` retourne la liste des fonctions de la librairie `LIB`
- `search(), searchpaths()` retourne la liste des librairies chargées.

Opérations élémentaires

1. Opérations élémentaires sur les scalaires : $*$, $-$, $+$, $/$, $\hat{}$

```
>2+4
6
```

2. Opérations avec affectation (avec ou sans affichage)

```
x=2+4
x
6
(x=2+4)              # avec affichage du résultat
6
```

3. Les principaux types sont
   - entier , réel, complexe
   - caractère
   - logique : TRUE, FALSE, NA (not available)

Objets

Les objets de base sont
- vecteurs, matrices
- data.frames, listes

Quelques fonctions génériques :
- `ls()` retourne la liste des objets de la session.
- `rm(a)` supprime l'objet `a`

Fonctions is/as

- `is.xxx(obj)` teste si `obj` est un objet de type `xxx`
- `as.xxx(obj)` contraint si possible `obj` au type d'objet `xxx` où `xxx` représente un type d'objet (complex, real, vector matrix etc...)

```
> x=3
> is.real(x)
[1] TRUE
> is.complex(x)
[1] FALSE
```

```
> as.complex(x)
[1] 3+0i
> as.character(x)
[1] "3"
```

Remarque :

Conversion de TRUE / FALSE en valeur numérique :

```
> as.integer(T)
[1] 1
> as.integer(F)
[1] 0
```


Créer des vecteurs

- la fonction `c( )` concatène des scalaires ou des vecteurs :

```
> x=c(1,4,9)
> y=c(x,2,3)
> y
[1] 1 4 9 2 3
```

- Suites arithmétiques de raison 1 ou -1 : `c(a:b)`.

```
> c(1:4)                    > c(4:1)
# a<b  raison 1             # a>b  raison -1
[1] 1 2 3 4                     [1] 4 3 2 1

# a-b n'est pas un entier
> c(1.4:7)
[1] 1.4 2.4 3.4 4.4 5.4 6.4
```


- Généralisation : `seq(a,b,t)` où `a` est premier terme, le dernier $\leq b$ et la raison `t`

```
seq(from, to)                 la raison est 1
seq(from, to, by= )           on fixe la raison
seq(from, to, length.out= )   on fixe le nb de termes
```

par exemple

```
> seq(1,4,by =0.1)
 [1] 1.0 1.1 1.2 1.3 1.4 1.5 1.6 1.7 ....
[26] 3.5 3.6 3.7 3.8 3.9 4.0
```

- `x=rep(y ,n)` pour créer un vecteur constitué de l'élément `y` répété `n` fois. (y peut être un scalaire ou un vecteur) par exemple

```
> rep(1,4)
 [1] 1 1 1 1
```

Créer des matrices

Les matrices sont créées avec la fonction `matrix`() à partir d'un vecteur. On doit fixer le nombre de colonnes `ncol` et/ou le nombre de lignes `nrow`.

```
> x = matrix(c(2,3,5,7,11,13),ncol=2)
```

Par défaut la matrice est remplie colonne par colonne. Pour remplir ligne par ligne, on ajoute l'argument `byrow=T`

```
> y = matrix(c(2,3,5,7,11,13),ncol=2, byrow=T)
> x                    > y
     [,1] [,2]              [,1] [,2]
[1,]    2    7         [1,]    2    3
[2,]    3   11         [2,]    5    7
[3,]    5   13         [3,]   11   13
```


Attention : si la dimension du vecteur n'est pas égale au produit (`ncol` × `nrow`) alors l'opération effectuée est la suivante :

```
> matrix(c(1:3), ncol=2,nrow=3)
     [,1] [,2]
[1,]    1    1
[2,]    2    2
[3,]    3    3

> matrix(c(1:3), ncol=2)
     [,1] [,2]
[1,]    1    3
[2,]    2    1
```


Quelques matrices particulières : diagonale, Toeplitz

```
> diag(1:4)
     [,1] [,2] [,3] [,4]
[1,]    1    0    0    0
[2,]    0    2    0    0
[3,]    0    0    3    0
[4,]    0    0    0    4
>
```

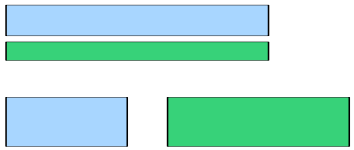
```
> toeplitz(1:4)
     [,1] [,2] [,3] [,4]
[1,]    1    2    3    4
[2,]    2    1    2    3
[3,]    3    2    1    2
[4,]    4    3    2    1
```

diag

La fonction `diag` retourne une matrice diagonale lorsque le paramètre d'entrée est un vecteur.
Si le paramètre d'entrée est une matrice, alors elle retourne un vecteur constitué de la diagonale de la matrice

Concaténer des vecteurs/matrices

- `rbind`
- `cbind`



```
> x=1:10
> y=x^2
> rbind(x,y)
  [,1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6] [,7] [,8] [,9] [,10]
x    1    2    3    4    5    6    7    8    9    10
y    1    4    9   16   25   36   49   64   81   100
> cbind(x,y)
      x   y
 [1,] 1   1
 [2,] 2   4
 [3,] 3   9
 [4,] 4  16
 [5,] 5  25
 [6,] 6  36
 etc
```

Extraire des éléments d'un vecteur ou d'une matrice

```
> vect=c(1.5:9.5 )
> vect
[1] 1.5 2.5 3.5 4.5 5.5
6.5 7.5 8.5 9.5
```

```
> mat=matrix(vect,ncol=3,nrow=3)
     [,1] [,2] [,3]
[1,]  1.5  4.5  7.5
[2,]  2.5  5.5  8.5
[3,]  3.5  6.5  9.5
```

Extraire un élément

```
> vect[1]
[1] 1.5
```

```
> mat[2,1]
[1] 2.5
```

Colonne/ligne d'une matrice

```
> mat[,1]
[1] 1.5 2.5 3.5
```

```
> mat[3,]
[1] 3.5 6.5 9.5
```

Extraire un bloc ou plusieurs coordonnées

```
>  mat[2:3,1:2]
     [,1] [,2]
[1,]  2.5  5.5
[2,]  3.5  6.5
```

```
> vect[c(1,3,7)]
[1] 1.5 3.5 7.5
```

Attention : `vect[-j]` retourne le vecteur `vect` sans la j ème coordonnée

```
> vect[-c(1,3,7)]   retourne 2.5 4.5 5.5 6.5 8.5 9.5
```


Opérations sur les Matrices/Vecteurs

• Les opérations + * - / entre 2 vecteurs ou matrices de même dimension sont des opérations terme à terme.

```
> x
[1] 1 2 3 4 5
> y
[1] 0 0 0 1 1

> x*y
[1] 0 0 0 4 5
```

```
> A
     [,1] [,2]
[1,]    2    1
[2,]    4    9
> B
     [,1] [,2]
[1,]    0    2
[2,]    1    1
> A*B
     [,1] [,2]
[1,]    0    2
[2,]    4    9
>
```


Attention

Si les vecteurs ne sont pas de même longueur, le plus court est complété automatiquement .

```
> x =c(1:5)
> x
[1] 1 2 3 4 5
> y =c(1,2)
> y
[1] 1 2
> x + y
 [1] 2 4 4 6 6
```

```
x   : 1 2 3 4 5
y   : 1 2 1 2 1
-----------------
x+y : 2 4 4 6 6
```


Quelques opérations particulières sur les matrices

```
> a=matrix(1,ncol=2,nrow=2)
> a
     [,1] [,2]
[1,]    1    1
[2,]    1    1
> a+3            #matrice  +scalaire
     [,1] [,2]
[1,]    4    4
[2,]    4    4
> a+c(1:2)       #matrice + vecteur
     [,1] [,2]
[1,]    2    2
[2,]    3    3
```

Action d'une fonction sur un vecteur ou une matrice

Soit FUN une fonction définie sur les scalaires qui retourne un scalaire.
Par exemple

```
sqrt                square root
abs                 absolute value
sin    cos    tan   trigonometric functions (radians)
exp    log          exponential and natural logarithm
log10               common logarithm
gamma lgamma        gamma function and its natural log
```

Lorsque le paramètre d'entrée est un vecteur (respectivement une matrice), la fonction FUN est appliquée sur chacune des composantes. L'objet retourné est un vecteur (respectivement une matrice).
s

Exemple

Si $A = (a_{i,j})$ est une matrice, alors `exp(A)` retourne une matrice constituée des éléments $e^{a_{i,j}}$.

Quelques fonctions sur les matrices

- Le produit matriciel est obtenu avec `%*%`
- Calcul des valeurs/vecteurs propres :`eigen`
- Calcul du déterminant : `det`
- `t(A)` retourne la transposée de la matrice A
- décomposition de Choleski :`chol (X)` retourne R telle que $X = R'R$ où R est une matrice triangulaire supérieure et R' est la transposée de R.
- décomposition svd : `svd(X)` retourne (U,D,V) telles que $X = UDV'$ où U et V sont orthogonales et D est diagonale.

`solve`

- `solve(A)` retourne l'inverse de la matrice A
- `solve(A,b)` retourne x tel que $Ax = b$

Objets booléens et instructions logiques

- Les opérations logiques : `< , > , <= , >= , != [différent], == [égal]` retournent `TRUE` ou `FALSE`.
- La comparaison entre deux vecteurs est une comparaison terme à terme.
- Si les vecteurs ne sont pas de même longueur, le plus court est complété automatiquement.

```
> a= 1:5    ;    b=2.5
> a<b
[1]  TRUE  TRUE FALSE FALSE FALSE
```

Il est possible de définir plusieurs conditions à remplir avec les opérateurs

- ET : &
- OU : |

Pour extraire les éléments d'un vecteur `vect`, on peut utiliser des instructions logiques.

- Soit I un vecteur de booléens de même longueur que `vect` : `vect[I]` retourne les coordonnées `vect[j]` telles que $I[j] = TRUE$.

Applications

- extraire les composantes >8
  `vect[vect>8]` : `vect>8` est un vecteur de `TRUE` et `FALSE`, on extrait les composantes affectées à `TRUE`.
- extraire les composantes >8 ou <2
  `vect[(vect>8) | (vect<2)]`
- extraire les composantes >8 et <10
  `vect[(vect>8) & (vect<10)]`

Effet de la précision sur la comparaison de réels

Est ce que $\sqrt{2}^2 = 2$?

```
> (sqrt(2)^2 == 2)
[1] FALSE
```

Une solution

```
> all.equal(sqrt(2)^2,2)
[1] TRUE
#ou
>isTRUE(all.equal(sqrt(2)^2,2))
```


Fonction `which`

Soit `vec` un vecteur logique. La fonction `which(vec)` retourne les indices des coordonnées du vecteur `vec` qui prennent la valeur `TRUE`

```
> x=(1:10)^2
> x
 [1]   1   4   9  16  25  36  49  64  81 100
> which(x== 25)
[1] 5
> which(x > 21)
[1]  5  6  7  8  9 10
```

Exemple

Les commandes `x[x>1]` et `x[which(x>1)]` retournent le même vecteur.

Cas particulier

- `which.max(x)` retourne `which(x==max(x))`

Ces fonctions retournent un scalaire :

- `sum()` (somme $\sum_i x_i$), `prod()` (produit $\prod_i x_i$), `mean()` (moyenne $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n x_i$)
- `max(), min()`
- `length()` (longueur du vecteur),
- `dim(), ncol(), nrow()` (dimension de la matrice/nombre de lignes / nombre de colonnes.)

Ces fonctions retournent un vecteur :

- `cumsum()` (sommes cumulées $(x_1, x_1 + x_2, \ldots, \sum_{i=1}^n x_i)$, `cumprod()` (produits cumulés),
- `sort` (tri), `order, unique`
  remarque : `sort(x) = x[order(x)]`
- `fft()` (transformé de Fourier)

Définition des data.frames

C'est une matrice dont toutes les colonnes ne sont pas nécessairement du même type : scalaire, booléen, caractère. Par exemple

```
> data1= data.frame(x1=1,x2=1:10,a=letters[1:10])
   x1 x2 a
1   1  1 a
2   1  2 b
3   1  3 c
4   1  4 d
5   1  5 e
6   1  6 f
7   1  7 g
8   1  8 h
9   1  9 i
10  1 10 j
```

Par défaut les lignes sont numérotées 1,2 etc.

Opérations sur les dataframes

1. Pour visualiser les premières lignes `head()`
2. Pour definir ou visualiser le nom des lignes `row.names`
3. Pour definir ou visualiser le nom des colonnes `names`
4. La dimension de l'objet est donnée par `dim`

```
> names(data1)
[1] "x1" "x2" "a"
> names(data1)<- c("c1","c2","c3")
> head(data1,3)
  c1 c2 c3
1  1  1  a
2  1  2  b
3  1  3  c
> dim(data1)
[1] 10  3
>row.names(data1) <- letters[1:10]
#le vecteurs letters contient les lettres de l'alphabet
> head(data1,2)
  c1 c2 c3
a  1  1  a
b  1  2  b
```


Opérations sur les dataframes

Les opérations entre des dataframes sont opérations terme à terme comme pour les matrices.

```
A = data.frame(x=1:3,y=2:4)
B = data.frame(xx=1,yy=1:3)
C=  data.frame(x=1:3,y=rep("a",3))
```

```
> A
  x y
1 1 2
2 2 3
3 3 4
```

```
> B
  xx yy
1  1  1
2  1  2
3  1  3
```

```
> A+B
  x y
1 2 3
2 3 5
3 4 7
```

```
> C
  x y
1 1 a
2 2 a
3 3 a
```

```
> A+C
  x  y
1 2 NA
2 4 NA
3 6 NA
```

```
Warning message:
In Ops.factor(left, right):
ceci n'est par pertinent pour des
variables facteurs
```


Opérations sur les dataframes

Pour extraire un élément ou un bloc, la syntaxe est la même que pour les matrices. Pour extraire une colonne les deux syntaxes suivantes peuvent être utilisées

```
> A$x
[1] 1 2 3
> A[,1]
[1] 1 2 3
```

Pour concaténer des dataframes ayant le même nombre de lignes

```
data.frame(A,B)
  x y xx yy
1 1 2  1  1
2 2 3  1  2
3 3 4  1  3
```

Définition d'une liste

C'est une structure qui regroupe des objets (pas nécessairement de même type).
On crée les listes avec la fonction `list`

Exemple

On construit une liste appelée `rnd` qui contient 3 objets :

- un vecteur dans `serie`
- un scalaire dans `taille`
- une chaîne de caractères dans `type`

La syntaxe est la suivante

```
>rdn=list(serie=c(1:100),taille=100,type="arithm")
```

attention

Une liste peut être créée sans donner des noms aux variables c'est a dire `rdn=list(c(1:100),100,"arithm")` .

Opérations sur les listes

- Pour visualiser la liste des composantes d'une liste

```
>names(rdn)
[1] "serie"  "taille" "type"
> summary(rdn)
       Length  Class   Mode
serie  100     -none-  numeric
taille   1     -none-  numeric
type     1     -none-  character
```

- Pour atteindre les composantes d'une liste

```
>rdn$taille    OU   >rnd[[2]]
[1] 100               [1] 100
```

attention

Si la liste a été créée sans spécifier de noms aux variables, il n'y a pas de nom par défaut et la seule la première syntaxe est utilisable.

- Pour extraire les objets d'une liste

```
>attach(rdn)
 "serie"  "taille" "type"
```

- supprimer les objets créés à la ligne précédente :

```
>detach(rdn)
```

Importer/exporter des données

1. Importer une suite : `x=scan("data.dat")` : pour créer un vecteur à partir de données stockées dans un fichier, ici `data.dat`.
2. Importer un tableau :
   `x=read.table("data.dat")`
   `x=read.table("data.dat", header=TRUE)`
   L'instruction header=TRUE permet de préciser que la première ligne du fichier contient le nom des colonnes du tableau.
3. Exporter : `write, write.table`

Importer/exporter des objets R

1. Sauvegarder des objets R dans un fichier

```
> x=1:10
> y=list(a=1 , b=TRUE ,c="exemple")
> save(x,y,file='sav.rda')
```

2. Lire un fichier qui contient des objets R

```
> load("sav.rda")
> x
 [1]  1  2  3  4  5  6  7  8  9 10
```

   Attention si un objet R appelé `x` (ou `y`) existait avant l'appel de la fonction `load`, il a été remplacé par celui contenu dans le fichier `sav.rda`
3. `saveRDS` peut aussi être utiliser si on sauvegarde une unique liste. Le fichier est lu avec `readRDS`. On peut changer le nom de la liste à la lecture du fichier

```
> a= list(x=1,y=3)
> saveRDS(a,'sav.rds')
```

```
> b = readRDS('sav.rds')
> b
$x
[1] 1
$y
[1] 3
```


Structure générale pour créer des fonctions

- La structure générale d'une fonction est

```
>FUN=function(liste_des_paramètres)
{
  commandes
  return(objets_retournés)
  }
```

- Les accolades { et } définissent le début et la fin de la fonction.
- La dernière instruction `return` contient le ou les objets retournés par la fonction.
- Exécuter la fonction : `FUN(...)`

Exemple

La fonction suivante retourne le résultat de n lancers d'une pièce.

```
PF = function(n ,proba.pile)
{
#nb aléatoire suivant Unif(0,1)
u=runif(n)
pf=(u<proba.pile)
pf = as.integer(pf)
return(pf)
}
```

La sortie de la fonction est

```
PF(10,1/2)
 [1] 0 0 1 0 1 0 1 1 0 0
# avec affectation de la sortie dans le vecteur x
x = PF(10,1/2)
x
 [1] 0 1 1 1 0 0 0 0 0 0
```


Renvois multi-arguments

La fonction `return` interdit les sorties avec plusieurs arguments : il faut les regrouper dans un seul objet sous la forme d'une liste.

```
PF = function(n ,proba.pile)
{
u=runif(n) #nb aléatoire suivant Unif(0,1)
pf=(u<proba.pile)
pf = as.integer(pf)
f =mean(pf)
return(list(echantillon = pf,frequence = f))
}
```

Exécution de la fonction :

```
 PF(4,1/2)
$echantillon
[1] 0 0 1 0
$frequence
[1] 0.25
```

```
 l= PF(4,1/2)
 l$echantillon
[1] 0 0 1 1
 l$f
[1] 0.5
```


Paramètres par défaut

On peut affecter des valeurs par défaut aux paramètres d'entrée d'une fonction.

Modification de la fonction PF

par défaut on suppose que la pièce est équilibrée.

```
PF = function(n ,proba.pile=1/2)
{
u=runif(n) #nb aléatoire suivant Unif(0,1)
pf=(u<proba.pile)
pf = as.integer(pf)
return(pf)
}
```

Les commandes

```
PF(10)     OU   PF(10,1/2)
```

retournent le même résultat

Paramètres d'entrée

Il y a trois façons de spécifier les paramètres d'entrée d'une fonction

- par la position : les paramètres d'entrée sont affectés aux premiers arguments de la fonction. PF(3,1/2) : les paramètres d'entrée sont n=3 et proba.pile=1/2
- par le nom : il s'agit du moyen le plus sûr, les noms des arguments sont précisés de manière explicite. On peut alors écrire PF(proba.pile=1/2 ,n=3), l'ordre n'est plus prioritaire
- avec des valeurs par défaut : ces valeurs par défaut seront utilisées si les paramètres d'entrée ne sont pas spécifiés. On peut alors écrire PF(3) ou PF(n=3) : les paramètres d'entrée sont n=3 et la valeur par défaut pour proba.pile c'est à dire 1/2.

Remarque sur les valeurs par défaut

Modification de la fonction PF :

on inverse l'ordre des paramètres d'entrée :

```
PF = function(proba.pile=1/2, n)
{
...
 }

 PF(10)
Erreur dans .Internal(runif(n, min, max)) : 'n' est manquant
 PF(n=10)
 [1] 0 0 1 0 1 0 1 0 1 0
```

IL est donc préférable de placer les paramètres sans valeur par défaut en premier dans la déclaration des variables d'entrée.

Pour les fonctions de deux variables

- f une fonction de deux variables $f : (x, y) \mapsto f(x, y)$
- x et y deux vecteurs de même dimension.

La commande `f(x,y)` retourne le vecteur constitué des éléments $f(x_i, y_i)$.
Si x et y ne sont pas de même dimension, celui de plus petite dimension est répété.

Tableaux croisés

La fonction `outer` retourne une matrice de la forme

$$M(i,j) = fun(x_i, y_j)$$

```
x=1:5
y=1:5
M=outer(x,y,'fun')
```

`fun` peut aussi être une opération élémentaire +/-*

la fonction Vectorize

Soit f une fonction dont le paramètre d'entrée x est un scalaire.
`Vectorize` transforme la fonction f en une fonction vectorielle c'est à dire une fonction qui évalue la fonction f en chaque point d'un vecteur d'entrée.
Soit $x = (x_1, ..., x_n)$, on veut évaluer f aux points x_i.

```
# on transforme la fonction {f} en une fonction vectorielle df.
> df = Vectorize (f, 'x')
>y=df(x)
```

Autres programmations possibles

1. avec une boucle `for`

```
> y = rep(0,n)
> for ( i in 1:n) y[i] = f(x[i])
```

2. avec la fonction `sapply`

```
> y = sapply(x, 'f')
```


Illustration sur des fonctions de 2 variables

```
> f=function(x,y) sin(x+y^2)
> f(1,1)
[1] 0.9092974
> #
> x = 1:3
> y=  1:3
> # on calcule f(x[i],y[i])
> f(x,y)
[1]  0.9092974 -0.2794155 -0.5365729
> z =1:2
> f(x,z)
[1]  0.9092974 -0.2794155 -0.7568025
Message d'avis :
In x + y^2 :
  la taille d'un objet plus long n'est pas multiple de la taille d'un
> # le calcul effectué est
> #f(x[1],z[1]) f(x[2],z[2]) f(x[3],z[1])
> #identique à
> f(x,c(z,z[1]))
[1]  0.9092974 -0.2794155 -0.7568025
```

suite

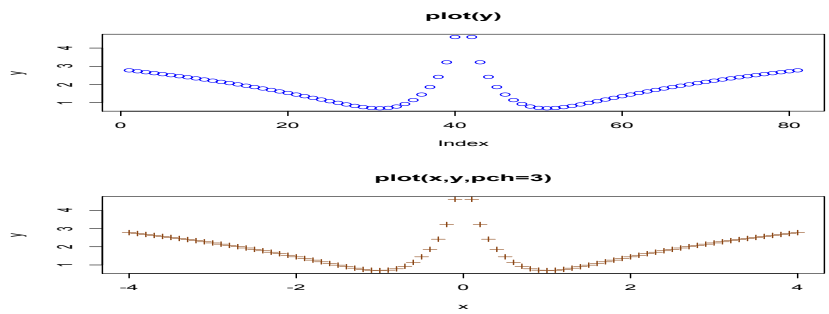
```
> f(1,y)
[1]  0.9092974 -0.9589243 -0.5440211
> # identique à
> f(rep(3,1),y)
[1] -0.7568025  0.6569866 -0.5365729
>
> #calcul du tableau croisé f(x[i],y[j])
> df = Vectorize(f,'x')
> df(x,z)
           [,1]       [,2]       [,3]
[1,]  0.9092974  0.1411200 -0.7568025
[2,] -0.9589243 -0.2794155  0.6569866
> # les vecteurs colonnes sont f(1,1:2) f(2,1:2) f(3,1:2)
```


Les fonctions usuelles `plot()`, `lines()`, `points()`

- `plot` est la fonction centrale
- Le fonctions `points` ou `lines` sont utilisées pour superposer des courbes ou des nuages de points.

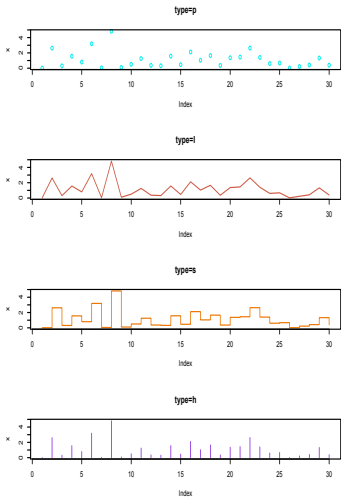
Premier exemple : représenter des vecteurs `plot(y)` / `plot(x,y)`

```
x= seq(-4,4,.1)          y=log(x^2+1/x^2)
```



Quelques arguments de la fonction `plot`

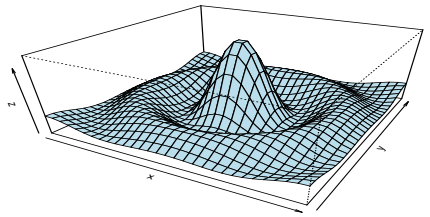
- pour fixer les limites des axes
  - `ylim=c(ay,by)` et `xlim=c(ax,bx)`
  - par défaut les bornes sont optimisées sur la première courbe tracée
- `type="p" (points) ou "l" (ligne)` : pour tracer une ligne ou un nuage de points.
- `pch` : type de points
- `lty` : type de lignes.
- `col` : couleur



Graphique en 3D

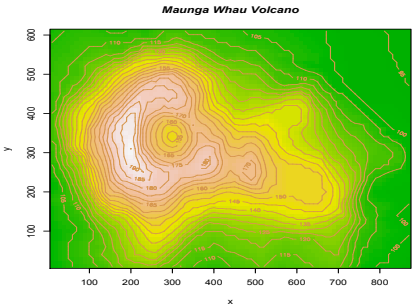
représentation d'une fonction de $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$

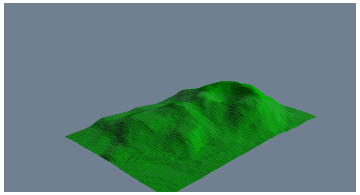
```
x <- seq(-10, 10, length= 30)
y <- x
f <- function(x,y) { r <- sqrt(x^2+y^2); 10 * sin(r)/r }
z <- outer(x, y, f)
persp(x, y, z, theta = 30, phi = 30, expand = 0.5, col = "lightblue"
```

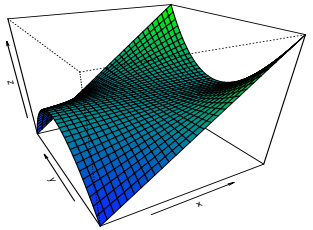


Représentation graphique d'une matrice

contour(x, y, matrice....) image( ) persp( )

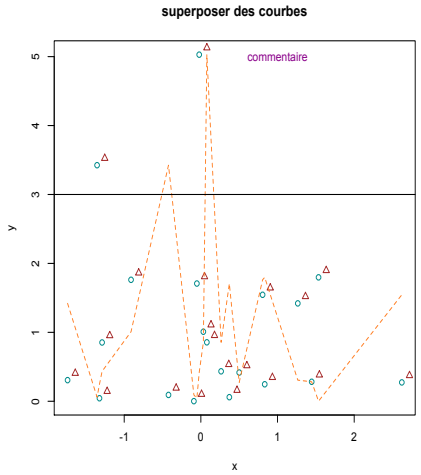






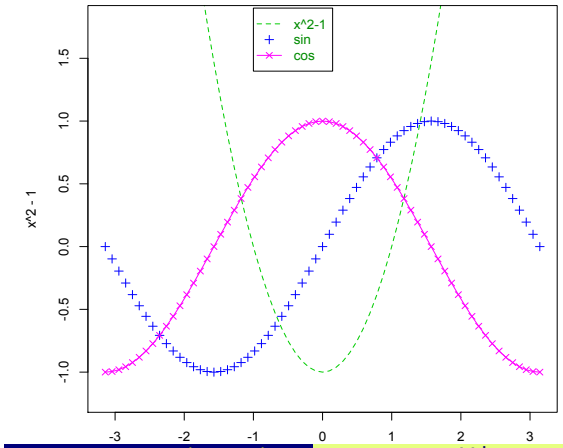
Superposition de courbes

```
 x=rnorm(20)          y=rexp(20)
#nuage de points
 plot(x,y)
   #ajouter un nuage de points
 points(x+.1,y+.1, pch=2)
  #ajouter une ligne
 lines(sort(x),y, lty=2)
  #ajouter une ligne horizontale
 abline(h=3)
 #texte + frametitle
 text(1,5,"commentaire")
title("superposer des courbes")
```

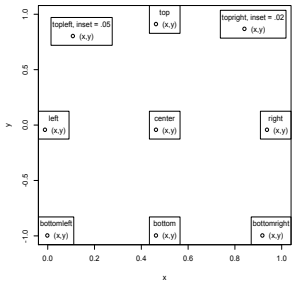


légende `legend`

```
legend(-1, 1.9, c("x^2-1","sin","cos"), col = c(3,4,6),
                                lty = c(2, -1, 1), pch = c(-1, 3, 4))
```



les emplacements prédéfinis :



Autour de la fonction plot

Le graphique produit par la fonction plot(x) dépend de la classe de l'objet x.

```
methods(plot)
 [1] "plot.data.frame"  "plot.default"
 [3] "plot.density"     "plot.factor"
 [5] "plot.formula"     "plot.function"
 [7] "plot.histogram"   "plot.lm"
 [9] "plot.mlm"         "plot.mts"
[11] "plot.new"         "plot.POSIXct"
[13] "plot.POSIXlt"     "plot.table"
[15] "plot.ts"          "plot.window"
[17] "plot.xy"
```


Illustrations

- sur une fonction (par ex sin)

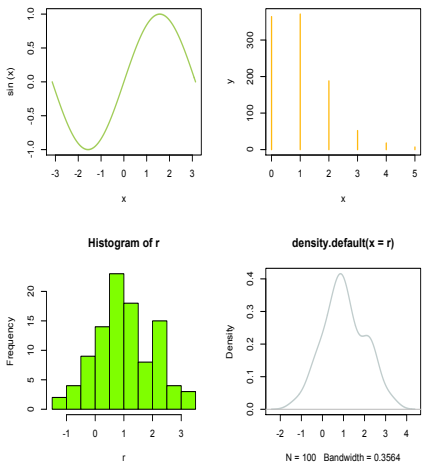
```
plot(sin,xlim=c(-pi,pi))
```

- sur un tableau

```
x=rpois(1000,1)
y=table(x)
y
x   0   1   2   3   4   6
  374 372 162  71  20   1
plot(y)
```

- sur un histogramme ou une densité

```
r=rnorm(100,1)
z=hist(r,plot=F)
plot(z)
w=density(r)
plot(w)
```



Représentation graphique d'une matrice ou dataframe

Les outils graphiques matplot et pairs sont adaptés aux matrices dont les colonnes correspondent à des variables.

Exemple

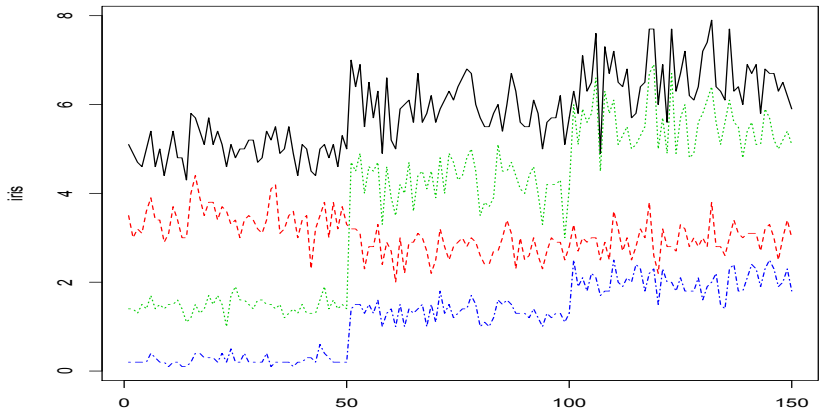
```
>data(iris)
>iris
```

	Sepal.Length	Sepal.Height	Petal.Length	Petal.Height	Species
1	5.1	3.5	1.4	0.2	setosa
2	4.9	3.0	1.4	0.2	setosa
3	4.7	3.2	1.3	0.2	setosa
4					
...					
54	5.5	2.3	4.0	1.3	versicolor
55	6.5	2.8	4.6	1.5	versicolor
...					
147	6.3	2.5	5.0	1.9	virginica
148	6.5	3.0	5.2	2.0	virginica

Fonction matplot(matrice ...)

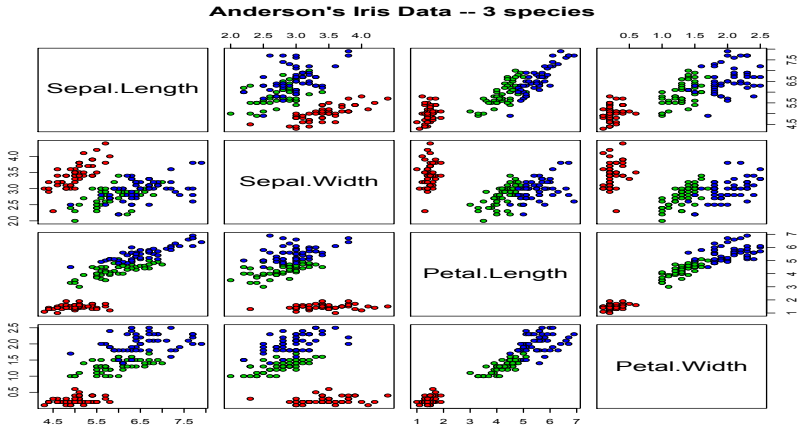
Cette fonction représente sur un même graphique les colonnes d'une matrice ou d'une data.frame.

Anderson's Iris Data – 3 species



Utilisation des biplots , `pairs(matrice , ....)`

Cette fonction représente tous les nuages de points possibles entre les différentes colonnes.



Construction d'un polygone

1. On commence par fixer les axes des abscisses et des ordonnés à l'aide d'un graphique vide.

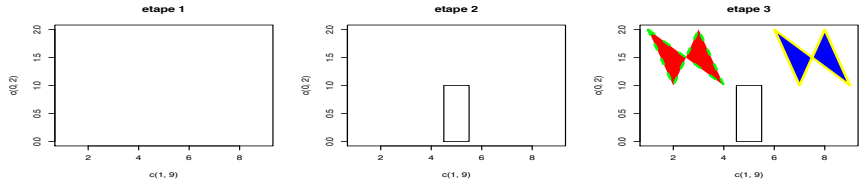
```
plot(c(1,9), c(0,2), type="n")
```

2. Avec la fonction `polygon`, on trace le polygone défini pas ses sommets

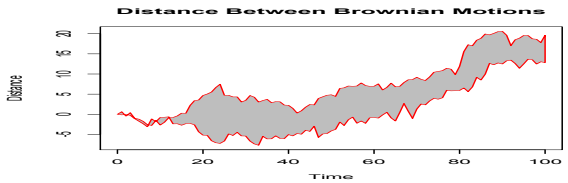
```
polygon(c(4.5,5.5,5.5,4.5) ,c(0,0,1,1))
```

3. Arguments supplémentaires

```
polygon(1:9, c(2,1,2,1,NA,2,1,2,1), col=c("red", "blue"),
     border=c("green", "yellow", lwd=3, lty=c("dashed", "solid"))
```



autre exemple




```
n=100
z.haut=c(0,cumsum(rnorm(n)) )
z.bas= c(0,cumsum(rnorm(n)))

xx <- c(0:n, n:0)
yy <- c(z.bas, rev(z.haut))
#graphique vide pour fixer les dimensions
plot   (xx, yy, type="n", xlab="Time", ylab="Distance")
#tracer le polygone
polygon(xx, yy, col="gray", border = "red")
title("Distance Between Brownian Motions")
```


- Pour sauvegarder un graphique :
  - utilisation de la fonction `dev.print`.
    - pour obtenir un fichier postscript :
      `dev.print(postscript, file="essai.ps")`
    - pour obtenir un fichier pdf :
      `dev.print(pdf, file="essai.pdf")`
  - utilisation des menus (sous widows ou mac seulement)

- La fenêtre graphique peut être fractionnée en utilisant
  - `par(mfrow=c(n,m))`, on obtient alors $n \times m$ graphiques sur une même page organisés sur n lignes et m colonnes
  - `split.screen(m,n)`
    - `screen(i), screen(i,FALSE)` pour sélectionner la sous fenêtre
    - `erase.screen()`
    - `close.screen(all = TRUE)`

Instructions conditionnelles

La syntaxe
`if (condition) {instructions}` permet de calculer les instructions uniquement si la condition est vraie.
`if (condition) { A } else {B}` calcule les instructions `A` si la condition est vraie et les instructions `B` sinon.
Par exemple,

```
if (x>0) y=x*log(x) else y=0
```

Remarque : Si les instructions se limitent à un seul calcul comme dans cet exemple on peut utiliser la fonction `ifelse`

```
y=ifelse(x>0,x*log(x),0)
```


Opération non vectorielle

1. Avec la commande `if (condition) ... else ...` la condition ne peut pas être vectorielle
   Par exemple

```
> x= 1:7
> if(x>2) print("A") else print("B")
[1] "B"
```

   Dans la condition, x a une longueur supérieure à 1. Seul le premier élément est utilisé :

   (x>2) correspond à (x[1] >2)

2. `ifelse` permet d'appliquer une instruction conditionnelle sur chacune des coordonnées d'un vecteur.

```
> ifelse(x<2,"A","B")
[1] "A" "B" "B" "B" "B" "B" "B"
```

   Alternative :

```
> g = function(x) if(x>2) print("A") else print("B")
>vg = Vectorize(g,'x')
> vg(1:10)
```


Itérations

On utilise les boucles pour exécuter plusieurs fois une instruction ou un bloc d'instructions
Les trois types de boucle sont

- `for` :
  `for`(var `in` seq) {commandes}
- `while` :
  `while`(cond) { commandes}
- `repeat` :
  `repeat` { commandes ; `if` (cond) `break` }

1. Dans une boucle `for`, le nombre d'itérations est fixé.
2. La durée d'execution des boucles `while`/`repeat` peut être infinie !

Exemple

Les 3 programmations suivantes retournent le même résultat.

1. Avec l'instruction `for`

```
    for ( i in 1:10)
    {
commandes
  }
```

2. Avec l'instruction `while`.

```
i= 1
  while (i <= 10 )
   {
    commandes
     i = i+1
   }
```

3. Avec l'instruction `repeat`

```
i= 1
 repeat
   {
     commandes
     i = i+1
     if (i>10) break
   }
```


Exemple

On veut simuler n variables aléatoires suivant la loi de $X_1 + ... + X_p$ où les X_i sont iid suivant la loi uniforme sur $[0, 1]$.
On stocke l'échantillon dans Y.

```
# initialisation de Y avec des 0
Y = rep(0,n)
for ( i in 0:n )
 {  Y[i] = sum(runif(p,0,1)) }
```

Une autre façon de remplir Y par concaténation :

```
#  Y est un  vecteur vide
Y = NULL
for ( i in 0:n )
 {
 Y  =  c(Y, sum(runif(p,0,1)))
}
```

Une autre programmation :

```
# initialisation de Y avec des 0
Y = rep(0,n)
for( i in 1:p)
 {  Y = Y + runif(n,0,1) }
```


Exemple

On simule des variables aléatoires suivant la loi de Bernoulli $B(1/2)$ jusqu'à l'obtention du premier 1.
Le nombre de variables (noté N dans le code ci dessous) simulées suivant la loi de Bernoulli suit une loi géométrique de paramètre $1/2$.

En utilisant `while`

```
  x=rbinom(1,1,.5)
  N=1
while ( x != 1)
{
 x=rbinom(1,1,.5)
 N=N+1
}
```

En utilisant `repeat`

```
N=0
repeat {
 x=rbinom(1,1,.5)
N=N+1
if (x==1) break
}
```


Exemple

On dispose des températures moyennes mensuelles relevées à Nottingham pendant 10 ans de 1920 à 1939.

```
> nottem
      Jan  Feb  Mar  Apr  May  Jun  Jul  Aug  Sep  Oct  Nov  Dec
1920 40.6 40.8 44.4 46.7 54.1 58.5 57.7 56.4 54.3 50.5 42.9 39.8
1921 44.2 39.8 45.1 47.0 54.1 58.7 66.3 59.9 57.0 54.2 39.7 42.8  etc
> nottem=matrix(nottem,ncol=12,byrow=T)
```

On souhaite calculer un profil moyen annuel et le stocker dans le vecteur `temp`.

```
temp = rep(0,12)
for (i in 1:12)  temp[i] = mean( nottem[,i] )
```

On peut aussi initialiser le vecteur `temp` comme le vecteur vide, puis on le remplit en concaténant les résultats

```
temp = NULL
for (i in 1:12)  temp = c(temp , mean( nottem[,i] ) )
```

La fonction apply

```
apply(matrice , MARGIN, FUN, ARG.COMMUN)
```

La fonction `apply()` permet d'appliquer la même fonction `FUN` sur toutes les lignes `(MARGIN=1)` ou les colonnes `(MARGIN=2)` d'une matrice `MAT`

- Chaque ligne (`(MARGIN=1)` ou les colonnes `(MARGIN=2)`) est affectée au premier paramètre de la fonction `FUN`
- La syntaxe de `FUN` est `FUN( x, ARG.COMMUN)`
  où
  - `x` est un vecteur
  - `ARG.COMMUN` représente éventuellement des paramètres supplémentaires qui sont communs à toutes les exécutions.

Cette fonction remplace une boucle sur le nombre de colonnes ou de lignes

Exemple d'utilisation de la fonction apply

Retour à l'exemple des températures

Calcul du profil annuel :

```
> temp = apply(nottem,2,mean)
# moyenne sur les colonnes
 [1] 39.695 39.190 42.195 46.290 52.560 ....
```

Calcul des moyennes annuelles

```
> temp.annuelle = apply(nottem,1,mean) # moyenne sur les lignes
```


Supprimer une boucle en utilisant apply

Objectif : Estimer la distribution de la médiane empirique

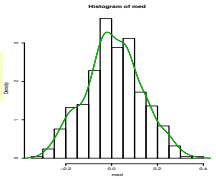
- On simule N échantillons de taille n iid suivant la loi gaussienne standard.
- Pour chaque échantillon, on calcule et on stocke la valeur de la médiane empirique dans le vecteur `med`.

1. avec boucle

```
n =100
N=500
med = 1:N
for (i in 1:N) med[i] = quantile(rnorm(n,0,1), probs=1/2)
```

2. Sans boucle

```
 Alea  = matrix(rnorm(n*N,0,1) , ncol= N)
med = apply(Alea,2,quantile , probs=1/2)
```



replicate

La fonction `replicate` évalue n fois une même expression

[utile l'expression implique des nombres aléatoires ! ![].

La syntaxe : `replicate(n, expression)`

Exemples

```
> replicate(10,1+1)
 [1] 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2

> x=rnorm(10)
> replicate(5,mean(x))
[1] -0.5073058 -0.5073058 -0.5073058 -0.5073058 -0.5073058

> replicate(5,mean(rnorm(10)))
[1]  0.22137912  0.09330663 -0.12511439 -0.02613061 -0.19182371
```

Suite de l'exemple sur la médiane empirique

La fonction `replicate` permet de programmer sans boucle le code suivant

```
n =100
N=500
med = 1:N
for (i in 1:N) med[i] = quantile(rnorm(n,0,1), probs=1/2)
```

La syntaxe est la suivante

```
med = replicate(500 , quantile(rnorm(100,0,1),probs=1/2))
```


sapply,lapply

Ces fonctions calculent la même fonction sur tous les éléments d'un vecteur ou d'une liste.
La syntaxe :

```
lapply(X,FUN, ARG.COMMUN)
```

- La fonction `lapply` applique une fonction `FUN` à tous les éléments du vecteur ou de la liste `X`.
- Les valeurs de `X` sont affectées au premier argument de la fonction `FUN`.
- Si la fonction FUN a plusieurs paramètres d'entrée, ils sont spécifiés après le nom de la fonction : `ARG.COMMUN`
- Cette fonction retourne le résultat sous la forme de listes.
- `sapply` est une fonction similaire à `lapply` mais le résultat est retourné sous forme de vecteurs, si possible.

Exemple d'utilisation de lapply

`cars` est une liste constituée de deux vecteurs `speed` et `dist`
On calcule la moyenne et les quantiles des deux composantes de la liste.

```
> cars
   speed dist
1      4    2
2      4   10
3      7    4
>lapply(cars, mean)
$speed                $dist
[1] 15.4          [1] 42.98

>lapply(cars, quantile, probs = (0:4)/4)
$speed
  0%  25%  50%  75% 100%
   4   12   15   19   25
$dist
  0%  25%  50%  75% 100%
   2   26   36   56  120
```


Supprimer une boucle à l'aide de la fonction sapply

Il est très souvent possible de supprimer les boucles `for` en utilisant `lapply` ou `sapply`.

Soit $x = (x_1, ..., x_t)$ une série représentant l'évolution du prix d'une action sur une durée de t jours.
On veut calculer M_i le prix maximum sur la période 1 à i pour $i = 1, ..., t$.

1. avec une boucle

```
M = 1:t
for ( i in 1:t)
{
M[i] = max(x[1:i])
}
```

2. sans boucle

```
FUN.max = function(n,y) max(y[1:n ])

M  =   sapply(1:t , FUN.max ,  y = x )
```

La fonction tapply

Le type `factor` est un objet vectoriel qui permet de spécifier une classification discrète (nombre fini de groupes).
La fonction `tapply` applique une fonction FUN sur les sous groupes d'un vecteur X définis par une variable de type `factor` GRP

tapply(X,GRP,FUN,...)

```
> note
 [1] 10.83676 11.63757 11.07312 13.79699 10.84186
 10.72562 13.58680 14.85070 13.15659 14.36744
> xgr
 [1] "a" "b" "a" "b" "a" "a" "b" "a" "b" "b"
> gr=factor(xgr)
> gr
 [1] a b a b a a b a b b
Levels: a b
> tapply(note,gr,mean)
       a        b
11.66561 13.30908
```

La fonction `aggregate` permet aussi d'évaluer une fonction sur des sous ensembles. Elle ne necessite pas la définition d'une variable de type `factor`.

Evaluer le temps de calcul

`proc.time` évalue combien de temps réel et CPU (en secondes) le processus en cours d'exécution a déjà pris.

```
> ptm <- proc.time()
> for (i in 1:50) mean(runif(1000))
> proc.time() - ptm
utilisateur      système       écoulé
      0.016        0.001        0.027
```


Comparaison de trois programmations for/replicate/apply

```
#boucle
>  x=1:M
>  for (i in 1:M)
x[i] = mean(runif(n))
#replicate
> x=replicate(M,mean(runif(n)))
#apply
> Z=matrix(runif(n*M) , ncol=M)
> x=apply(Z , 2, mean)
```

```
(n= 10^3 , M= 10^4)
      user  system elapsed
wfor 0.680   0.051   0.760
wrep 0.618   0.018   0.632
wapp 1.132   0.157   1.286

(n= 10^2 , M= 10^5)
      user  system elapsed
 wfor 3.160   0.239   3.451
 wrep 2.522   0.066   2.611
 wapp 3.031   0.253   3.456

(n= 10 , M= 10^6)
      user  system elapsed
wfor 32.077   0.419  43.655
wrep 37.219   0.481  41.147
wapp 29.911   0.392  30.357
```


5 Autour des lois de probabilités

Généralités

Soit X une variable aléatoire de loi P_X

$$P_X(A) = P(X \in A) = \begin{cases} \sum_{x \in A} P(X = x) & \text{loi discrète} \\ \int_A f(x) \mathrm{d}x & \text{loi continue} \end{cases}$$

Pour les lois classiques, des fonctions existent pour

- calculer
  - la densité $\begin{cases} P(X = x) & \text{pour les lois discrètes} \\ f(x) & \text{pour les lois continues} \end{cases}$
  - la fonction de répartition $F(x) = P(X \leq x)$
  - les quantiles $F^-(u) = \inf\{x : \ F(x) \geq u\}$ [1]
- simuler des nombres aléatoires suivant la même loi que X.

1. Si F est une bijection alors $F^- = F^{-1}$

Quelques lois disponibles

1. Lois discrètes
   - Loi binomiale (n,p) `binom`
   - Loi hypergéométrique (N,n,k) `hyper`
   - Loi de Poisson (a) `pois`
   - Loi géométrique (p) `geom`
   - Loi à support fini $\{(a_i, p_i), i = 1...m\}$ `sample`
2. Lois continues
   - Loi Gaussienne (m,σ^2) `norm`
   - Loi uniforme sur $[a, b]$ `unif`
   - Loi de Student à ν degrés de liberté `t`
   - Loi du χ^2 à ν degrés de liberté `chisq`

Si www représente le nom d'une des lois alors

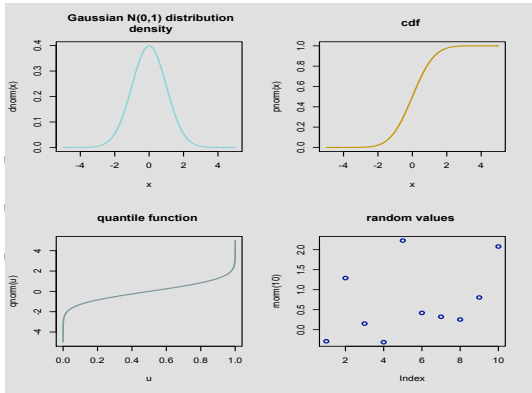
- `d`www(x,...) calcule la densité de la loi www au point x
- `p`www(x,...) : calcule la fonction de répartition au point x
- `q`www(α,...) : calcule le quantile d'ordre α
- `r`www(n,...) retourne un échantillon de taille n

les ... représentent les paramètres spécifiques à chaque loi.

Exemple : loi gaussienne de moyenne 0 et de variance 1

- `d`norm(x,0,1) : densité au point x
- `p`norm(x,0,1) : fonction de répartition au point x
- `q`norm(α,0,1) : quantile d'ordre α
- `r`norm(n,0,1) : échantillon de taille n

```
x=seq(-5,5,.01)
u=seq(0,1,.01)

plot(x,dnorm(x,0,1), type="l

plot(x,pnorm(x,0,1) ,type="l

plot(u,qnorm(u,0,1) ,type="l

plot(rnorm(10,0,1))
```



Simulation d'une loi discrète finie

Soit Z une variable aléatoire à valeurs dans $\{x_1, ..., x_k\}$ telle que

$$p(Z = x_i) = prob_i$$

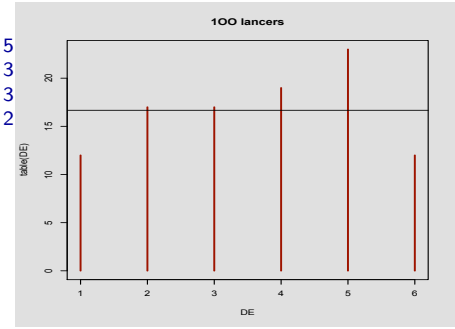
pour tout $i = 1...k$

- La fonction `sample` est un générateur de nombres aléatoires pour les lois discrète à support fini.
- La syntaxe est `sample(x, n, replace= TRUE, prob)`
  où
  - x contient les valeurs prises par Z
  - *prob* contient les valeurs des probabilités.
    lorsque l'option `prob` n'est pas spécifié, par défaut c'est la loi uniforme Lorsque `replace=FALSE` indique que le tirage est sans remise. Autrement dit on simule une réalisation de n variables aléatoires indépendantes et de même loi

Simuler le résultat d'un dé à 6 faces

On simule suivant la loi uniforme sur l'ensemble $\{1, ..., 6\}$.
On simule$n = 100$ réalisations de façon indépendante

```
# Les réalisations
> DE
  [1] 3 2 5 3 4 5 4 4 2 4 2 5 2 6 5
 [24] 3 5 4 4 5 5 4 4 4 3 5 5 2 5 3
 [47] 2 5 6 2 1 5 1 6 2 1 2 3 5 1 3
 [70] 6 4 1 3 4 5 6 1 6 3 5 4 1 5 2
 [93] 6 4 2 5 5 1 5 4
# calcul du nombre de 1,...,6 dans
#l'échantillon simulé :
>  table(DE)
DE
 1  2  3  4  5  6
12 17 17 19 23 12
# représentation de la répartition
> plot(table(DE))
```



Construire une fonction càdlàg constante par morceaux

La fonction `stepfun` retourne un objet de type `function` qui défini une fonction constante par morceaux et continue à droite.
La syntaxe est
`F=stepfun(x, z)`
où

- le vecteur `x` contient les points de discontinuité de la fonction,
- le vecteur `z` est de la forme `c(a, y)` où `a` est la valeur prise par F avant le premier point de discontinuité et y les valeurs de la fonction aux points de discontinuités `x`.

Pour représenter graphique la fonction F on utilise `plot` ou `lines` (pour superposer) : avec l'argument `vertical=FALSE`

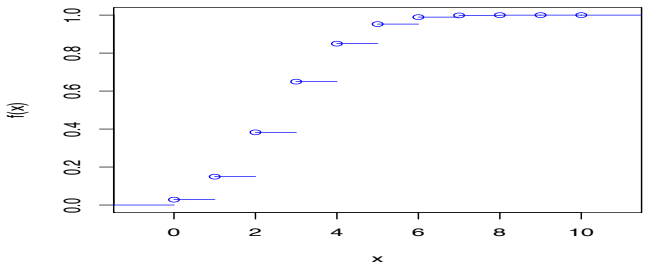
```
> plot(F, vertical=FALSE)  ou lines(F, vertical=FALSE)
```

Application : les fonctions de répartition des lois discrètes

Exemple : loi binomiale

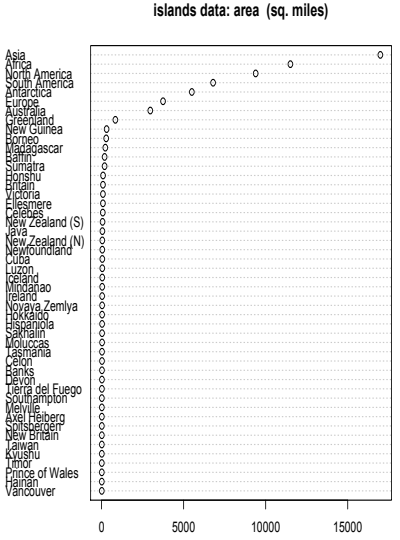
On trace la fonction de répartition de la loi binomiale $B(10, 1/2)$

```
points.discont = 0:10
F.points.discont = pbinom(points.discont,10,0.3)

F = stepfun( points.discont , c(0,F.points.discont) )
plot(F,vertical =FALSE ,col=4,main="fct rep loi binomiale" ,ylab="F")
```



6 Outils graphiques en statistique

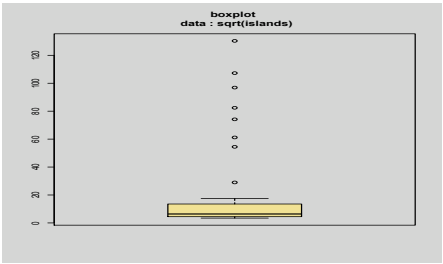
Les données Island



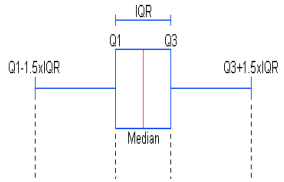

```
      Africa     Antarctica           Asia
       11506           5500          16988
   Australia  Axel Heiberg         Baffin
        2968             16            184
       Banks        Borneo        Britain
          23            280             84
     Celebes         Celon           Cuba
          73             25             43
       Devon     Ellesmere         Europe
          21             82           3745
  Greenland       Hainan     Hispaniola
         840             13             30
   Hokkaido       Honshu        Iceland
          30             89             40
    Ireland         Java         Kyushu
          33             49             14
      Luzon   Madagascar       Melville
          42            227             16
   Mindanao      Moluccas    New Britain
          36             29             15
 New Guinea New Zealand (N) New Zealand (S)
         306             44             58
Newfoundland North America  Novaya Zemlya
          43           9390             32
Prince of Wales     Sakhalin   South America
          13             29           6795
 Southampton     Spitsbergen        Sumatra
          16             15            183
      Taiwan     Tasmania Tierra del Fuego
          14             26             19
      Timor      Vancouver       Victoria
          13             12             82
```


Statistique descriptive sur les données islands

```
> mean(x)
[1] 3.734162
> var(x)
[1] 9.134685
> quantile(x,c(.25,.5,.75))
      25%       50%       75%
1.794741  2.990066  4.326417
   Q1          mediane        Q3

>boxplot(x)
```



Construction du boxplot :



Les points représentent les valeurs aberrantes. Elles sont définies comme les observations en dehors de l'intervalle

$I = [Q_1 - \mathbf{1.5}(Q_3 - Q_1), Q_3 + \mathbf{1.5}(Q_3 - Q_1)]$.

Questions :

Comment représenter graphiquement l'échantillon d'une variable

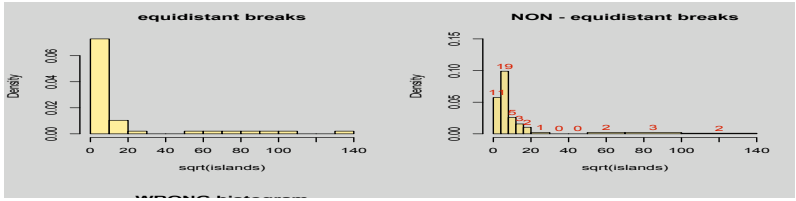
- continue
- discrète
- qualitative ?

Comment représenter un tableau de données numériques ?

Histogramme

Estimation de la distribution d'une variable continue

```
hist(sqrt(islands), breaks = 12)
hist(sqrt(islands), breaks = c(4*0:5, 10*3:5, 70, 100, 140))
```

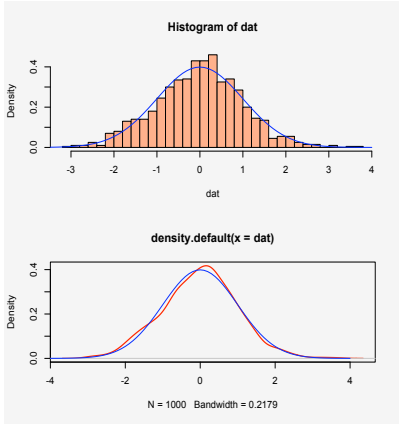


les options

L'argument `breaks` fixe le nombre ou les bornes des classes. On peut aussi utiliser `nclass` pour fixer le nombre de classes.

Estimation de la densité pour des lois continues

On compare sur des données simulées suivant la loi gaussienne deux estimateurs de la densité (hist / density) avec la densité théorique de la loi




```
par(mfrow=c(1,2))
x=rnorm(10000)
y=density(x)
plot(y)
hist(x, proba=T)
lines(y)
z=seq(min(x),max(x),0.01)
#superpose densité théorique
lines(z,dnorm(z,0,1),lty=2)
```

Remarque sur la fonction `hist`

`proba =T` : l'aire en dessous de la courbe est égale à 1. Par défaut `proba =F` : l'aire est égale au nombre d'observations.

Variables qualitatives

On relève pendant un mois la météo à Cental Park. La variable est à valeurs dans {clear, partly.cloudy, cloudy }.

```
> central.park.cloud
 [1] partly.cloudy partly.cloudy partly.cloudy clear
 [5] partly.cloudy partly.cloudy clear         cloudy
 [9] partly.cloudy clear         cloudy        partly.cloudy
[13] cloudy        cloudy        clear         partly.cloudy
[17] partly.cloudy clear         clear         clear
```

Pour résumer l'information : on calcule la répartition (ou la fréquence) des modalités dans l'échantillon.

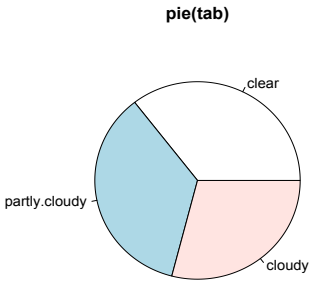
```
> table(central.park.cloud)
central.park.cloud
      clear partly.cloudy      cloudy
         11           11           9
```

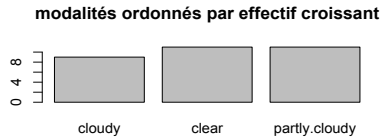

Représentation graphique d'une variable quantitative

```
tab=table(central.park.cloud)
pie(tab)
barplot(tab)
```

Comment ordonner les modalités ?
en général, on les classe suivant l'ordre croissant des effectifs.

```
barplot(sort(tab))
```

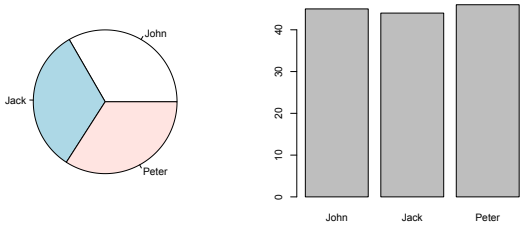




Remarque sur le choix de la plage des ordonnées (ylim)

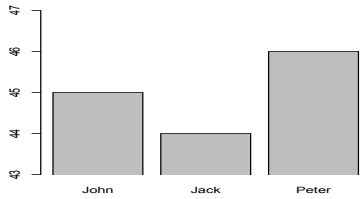
On relève le salaire de 3 personnes

```
    > sales
 John   Jack  Peter
   45     44     46

Représentation graphique
pie(sales)
barplot(sales)
```



Modification de l'axe des ordonnés pour améliorer la lisibilité du graphique :

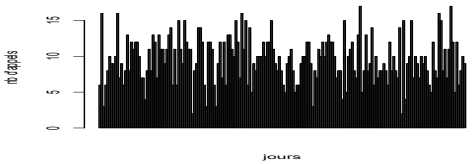
```
barplot(sales,ylim=c(40,47),xpd=F)
```



Variables discrètes

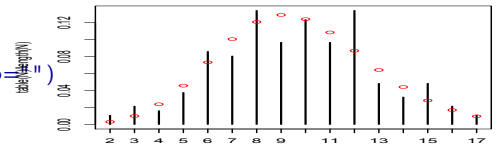
On relève N le nombre d'appels téléphoniques reçus par un central pendant un mois.

```
> N [1] 6 16 3 6 8 10 9 9 10
etc
> t = table(N)
N
 2  3  4  5  6  7  8
9 10 11 12 13 14 15 16 17
 2  4  3
7 16 15 25 18 23 18 25
9  6  9  4  2
>
```



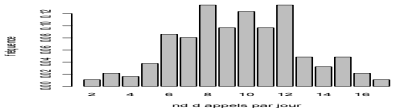
Représentation de la distribution et comparaison avec la densité de la loi de Poisson de paramètre la moyenne empirique de l'échantillon (points en rouge).

```
J= 2:17
plot(table(N)/length(N),ylab="")
points(J,dpois(J,mean(N)))
```



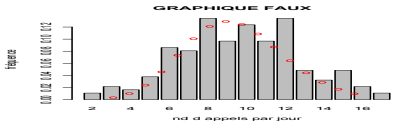
La fonction barplot pour des variables quantitatives

```
>barplot(t/length(N))
```

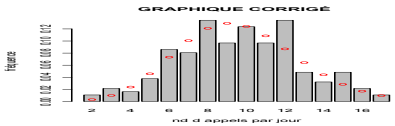


Attention : Les labels des barres ne coincident pas avec la coordonnée sur l'axe des abscisses.
Illustration : on veut ajouter sur graphique précédent la densité de la loi de Poisson de paramètre égal à la moyenne empirique de l'échantillon (points en rouge), on obtient

```
J= 2:17
# GRAPHIQUE FAUX
barplot(table(N)/length(N))
points(J,dpois(J,mean(N)))
```

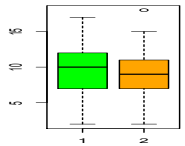


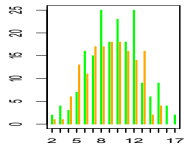

```
# GRAPHIQUE CORRIGÉ
br = barplot(table(N)/length(N))
points(br,dpois(J,mean(N)))
```

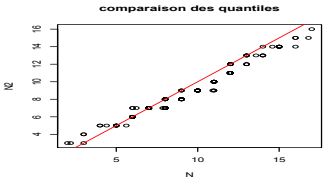


Comparaison de 2 variables quantitatives indépendantes

On compare le nombre d'appels par mois de deux standards







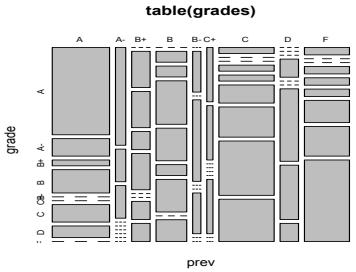

```
boxplot(N,N2,col=c("green","orange"))
t=table(N2)
xt = as.integer(names(t))+.3
plot(table(N ),col="green" ,lwd=2,xlab="",ylab="")
lines(xt, t,col="orange" ,type="h",lwd=2)

qqplot(N,N2)
abline(0,1)
```

Pour les variables aléatoires continues, on compare les estimations de la densité : histogrammes, estimateur à noyau.

Lien entre des variables qualitatives dépendantes

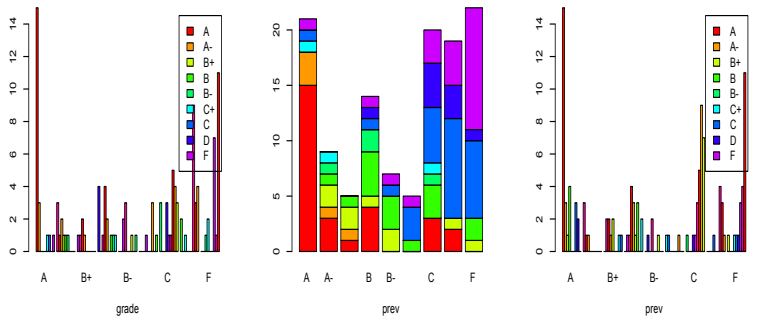
Données : pour 122 étudiants, on dispose de la note obtenue cette année (A+ ....F) et celle de l''année précédente

```
  prev grade
1   B+    B+
2   A-    A-
3   B+    A-
4   F     F
5   F     F
6   A     B
7   A     A
8   C     D
```




```
> table(grades)
      grade
prev   A  A-  B+  B  B-  C+  C  D  F
   A  15   3   1  4   0   0  3  2  0
   A-  3   1   1  0   0   0  0  0  0
   B+  0   2   2  1   2   0  0  1  1
   B   0   1   1  4   3   1  3  0  2
   B-  0   1   0  2   0   0  1  0  0
   C+  1   1   0  0   0   0  1  0  0
   C   1   0   0  1   1   3  5  9  7
   D   0   0   0  1   0   0  4  3  1
   F   1   0   0  1   1   1  3  4 11
> plot(table(grades))
```


Autres graphiques pour résumer la table de contingence



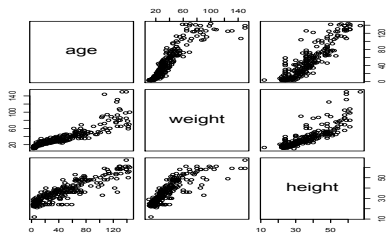

```
> barplot(tab,xlab="grade",legend.text=T , col=rainbow(10),beside=T)
> barplot(t(tab),xlab="prev", col=rainbow(10))
> barplot(t(tab),xlab="prev",legend.text=T , col=rainbow(10),beside=T)
```

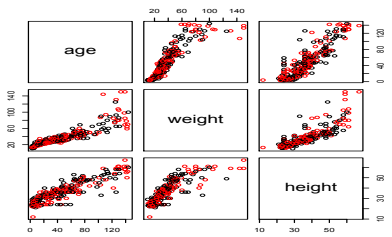

Utilisations des couleurs

Données : pour 150 enfants, on relève les informations suivantes : age / poids / taille /sexe

```
> kid.weights
    age weight height gender
1    58     38     38      M
2   103     87     43      M
3    87     50     48      M
4   138     98     61      M
5    82     47     47      F
```

Pour visualiser le lien entre les variables : on utilise la fonction `pairs` sur les 3 premières colonnes. On peut ajouter en option la couleur des points définies à partir de la variable `gender`

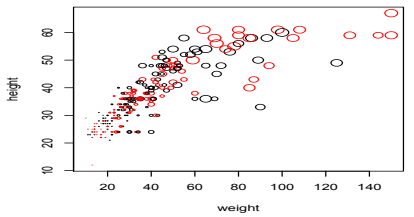


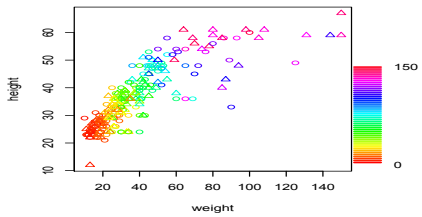



```
pairs(X[,1:3])
pairs(X[,1:3],col=X[,4])
```


Utilisation des couleurs, de la taille et du type de marques

On représente la taille en fonction du poids.



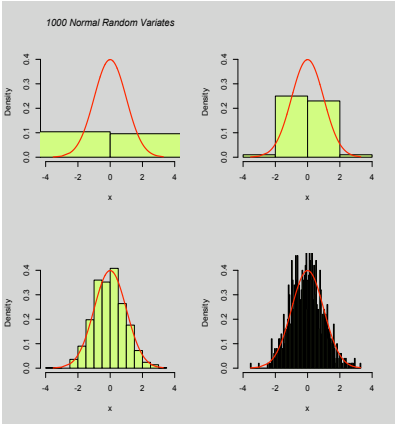


La couleur des points est définie par la variable `gender`
La taille des points est proportionnelle à l'age des individus.

Le type de points est définie par la variable `gender`
Le dégradé de couleurs est défini à partir de la variable age.

```
plot(weight,height,  cex =age/max(age)*2,col=as.integer(gender))
plot(weight,height, col = rainbow(150)[age],pch=as.integer(gender))
```

histogramme : le choix du nombre de classes



1. On simule un échantillon suivant la loi gaussienne de taille 1000
2. On trace l'histogramme pour différentes valeurs du nombre de classes.
3. On compare l'histogramme avec la densité théorique de loi gaussienne *(courbe en rouge)*

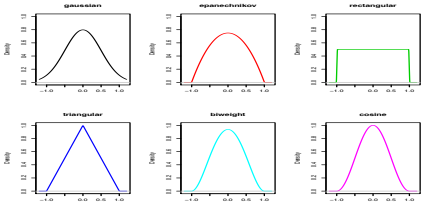
`hist(x, nclass=*** ,proba=T)` ou `hist(x,proba = T)` par défaut le nombre de classes est optimisé pour des échantillons gaussiens

Précision sur la fonction `density`

Soit $X_1, \cdots, X_n$ n variables aléatoires i.i.d. suivant la loi de densité f.
La fonction `density` calcule l'estimateur de f suivant

$$\hat{f}_n(x) = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\texttt{bw}_n} \texttt{kern}\left(\frac{x - X_k}{\texttt{bw}_n}\right)$$

- le choix du noyau `kern`

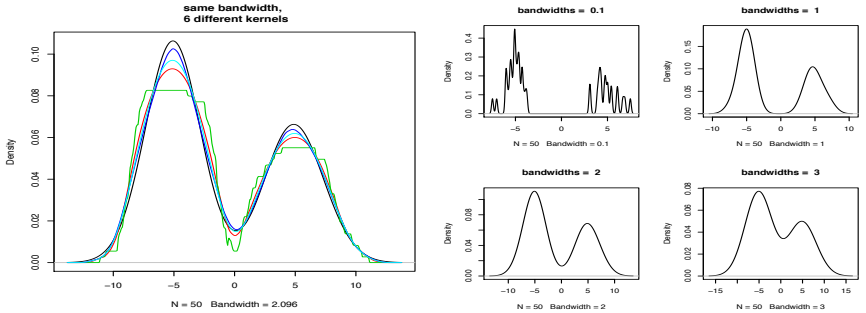


- la dimension de la fenêtre `bw`. Par défaut le paramètre est optimisé pour un échantillon gaussien

Illustration sur un mélange gaussien

On teste la fonction `density` sur des données simulées[2] suivant un mélange de lois gaussiennes :

$$f(x) = \frac{1}{4}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}(x-5)^2} + \frac{3}{4}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}(x+5)^2}$$



2. Simulation des données `w=rbinom(50,1,1/4)`

```
sample = w*rnorm(50,5) +(1-w) * rnorm(50,-5)
```

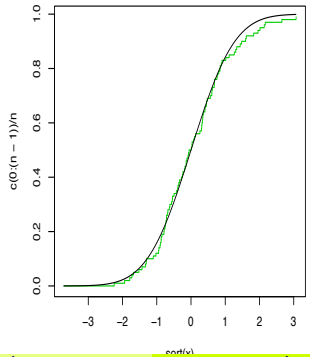

Fonction de répartition empirique (ecdf)

La fonction de répartition empirique est définie par

$$\hat{F}_n(t) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \mathbf{1}_{]-\infty t]}(X_i) \xrightarrow[p.s.]{n\to\infty} F(t)$$

C'est un estimateur de la fonction de répartition.

```
> x= rnorm(100)
>Fn=ecdf(x)
>plot(Fn,col="green")
> z=seq(min(x),max(x),0.01)
> lines(z,pnorm(z), col=1,lwd=2)
```

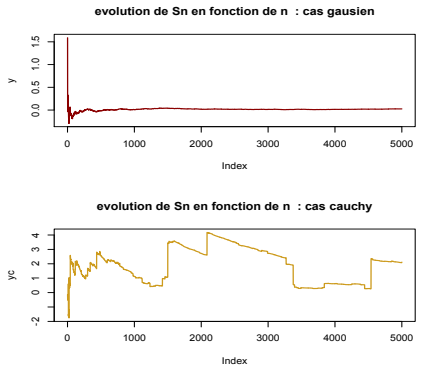


Estimation de la moyenne : comportement asymptotique.

Soit $X_1, \ldots, X_n$ une suite de variables aléatoires iid, si $E|X_1| < \infty$ alors

$$S_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i \to E(X_1)$$

```
n=5000

#loi gaussienne
      x=rnorm(n,0,1)
      y=cumsum(x)/(1:n)
      plot(y, type=''l'')

# loi de Cauchy ou Student(1ddl)
      xc=rt(n,1)
      yc=cumsum(xc)/(1:n)
      plot(yc, type=''l'')
```



Les fonctions pour les tests statistiques classiques :

```
t.test(x,mu=5,alt="two.sided")      #student
t.test(x,y,alt="less", conf=.95)

 var.text(x,y)                       # comparaison variance
cor.test(x,y)                        # non correlation
chisq.test(x,y)                      #indépendance
Box.test(z, lag = 1)                 #non correlation

 shapiro.test(x)                     #normalité
ks.test(x,"pnorm")                   #normalité K-S
ks.test(x,y)                         # même distribution
```


Exemple : Test de Student `t.test()`

$X_1, \ldots, X_n$ iid $\mathcal{N}(1,1)$ et $Y_1, \ldots, Y_m$ iid $\mathcal{E}(1)$
Test $H_0 : E(X) = E(Y)$ vs $H_1 : E(X) \neq E(Y)$

```
> x = rnorm(100,1,1)
> y = rexp(200,1)
> t.test(x,y)

        Welch Two Sample t-test
data:  x and y
t = -0.2178, df = 178.446, p-value = 0.8278
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 -0.2648092  0.2121608
sample estimates: mean of x : 0.9544127  mean of y : 0.9807369
```


Test d'ajustement

On construit un générateur de nombres aléatoires suivant la loi normale en utilisant le Théorème Central Limite appliqué à des variables aléatoires iid suivant la loi uniforme sur $(0,1)$.

Méthode de simulation non exacte ....

$U = 1, \ldots, U_n$ iid suivant la loi uniforme

$$\sqrt{\frac{n}{12}}(\bar{U}_n - \frac{1}{2}) \Rightarrow X \sim N(0,1) \qquad \bar{U}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} U_i$$

La générateur s'écrit

```
simU<-function(taille,size)
{
y = matrix(runif(taille*size),ncol=size)
(apply(y,1,mean)-1/2)*sqrt(taille/12)
}
```

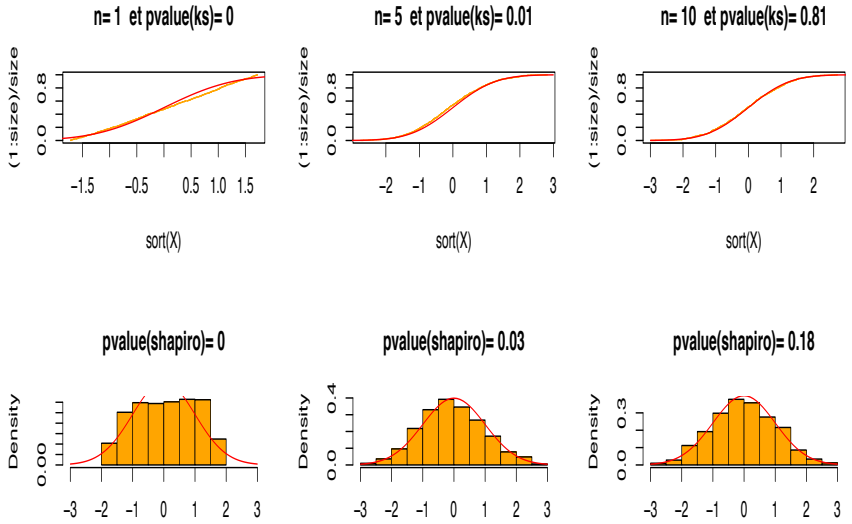

Validité de l'algorithme

Pour différentes valeurs de $n = 1,\ 5,\ 10$

1. On teste la normalité à l'aide de deux procédures de test, le test de Kolmogorov et celui de Shapiro.
2. On compare la fonction de répartition empirique et la fonction de répartition théorique.
3. On compare l'estimation de la densité par un histogramme et la densité théorique.

```
X = simU(1000,n)

test1=ks.test(X,"pnorm",0,1)$p.value
test2 = shapiro.test(X)$p.value

plot(sort(X),(1:size)/size, type="s", col="orange")
lines(seq(-3,3,.1),pnorm(seq(-3,3,.1)),col="red")
title(paste("n=",n," et pvalue(ks)=",floor(c(test1)*100)/100))
hist(X,col="orange", xlim=c(-3,3), proba=T,main="")
lines(seq(-3,3,.1),dnorm(seq(-3,3,.1)),col="red")
title(paste("pvalue(shapiro)=",floor(c(test2)*100)/100))
```

Les résultats



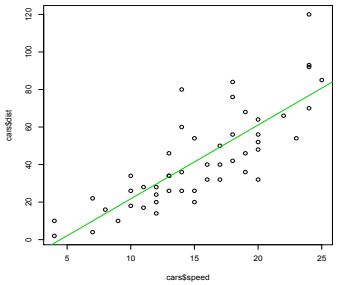
Régression linéaire

Le modèle le plus simple

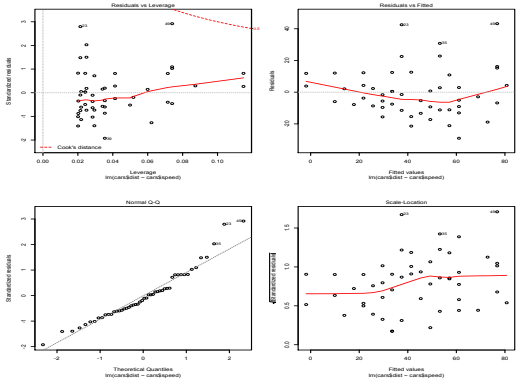
$$y = ax + b + \epsilon$$

Pour réaliser une régression linéaire, par la méthode des moindres carrés, on utilise la fonction `lm` .
Sur les données `cars`

```
> lm(cars$dist~ cars$speed)
Call:
lm(formula = cars$dist ~ cars$speed)

Coefficients:
(Intercept)   cars$speed
    -17.579        3.932

> plot(cars$speed,cars$dist)
> abline(reg, col=3,lwd = 2 )
```



Visualisation : plot.lm



Remarque : Si les données sont disponibles sous la forme d'une liste on peut utiliser la syntaxe

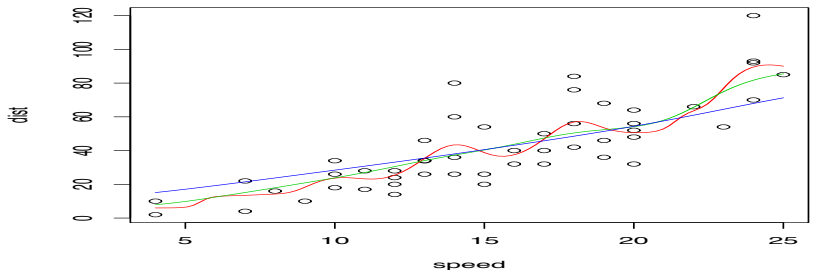
```
> fit = lm(dist ~ speed, cars)
```

Extension

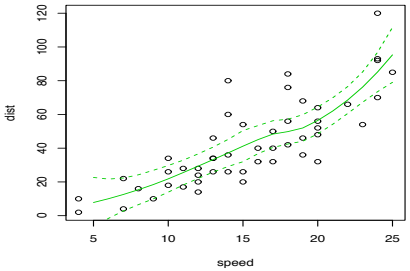
- Régression multiple `lm(v ~ v1 + v2 + v3)`
- Régression linéaire généralisée `glm`
- etc
- Méthodes non paramétriques

Régression non paramétrique

```
>data(cars)
>attach(cars)
>plot(speed, dist)
>lines(ksmooth(speed, dist, "normal", bandwidth=2), col=2)
>lines(ksmooth(speed, dist, "normal", bandwidth=5), col=3)
>lines(ksmooth(speed, dist, "normal", bandwidth=10), col=4)
```



Polynômes Locaux




```
>data(cars)
>cars.lo = loess(dist ~ speed, cars
>p = predict(cars.lo)
>plot(cars)
>lines(seq(5, 30, 1),p$fit,col=3)
```


8 Séries Chronologiques

L'objet "série chronologique" est une liste qui contient

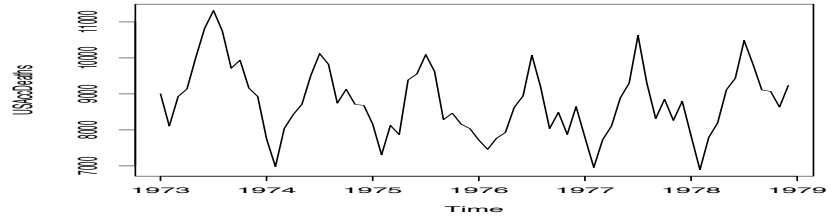
- les valeurs observées,
- la fréquence des observations,
- la date de la première observation
- la date de la dernière, etc...

Exemple

```
> data(USAccDeaths)
> USAccDeaths
```

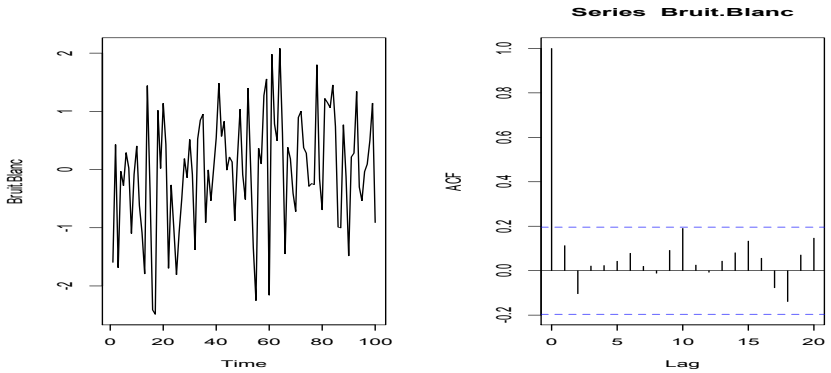
	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Jul	Aug	Sep	Oct	Nov	Dec
1973	9007	8106	8928	9137	10017	10826	11317	10744	9713	9938	9161	8927
1974	7750	6981	8038	8422	8714	9512	10120	9823	8743	9129	8710	8680
1975	8162	7306	8124	7870	9387	9556	10093	9620	8285	8466	8160	8034
1976	7717	7461	7767	7925	8623	8945	10078	9179	8037	8488	7874	8647
1977	7792	6957	7726	8106	8890	9299	10625	9302	8314	8850	8265	8796
1978	7836	6892	7791	8192	9115	9434	10484	9827	9110	9070	8633	9240

```
>plot(USAccDeaths)
```



Pour créer une série chronologique, on utilise la fonction `ts`

```
>bruit.blanc=ts(rnorm(100), frequency = 1,  start = c(1), end=c(100))
>plot(bruit.blanc)
>acf(bruit.blanc, type="correlation")
#ou type="covariance" ou type="partial"
```



Filtre

• Premier exemple de filtre : $(I - L^p)^d$, on utilise la fonction `diff`

```
>diff(x,lag=p,differences=d)
```

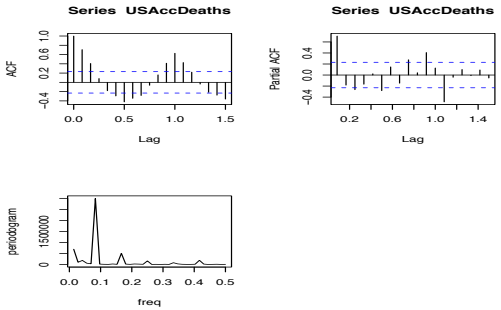
• La fonction `filter` permet d 'appliquer des filtres linéaires :

```
y=filter(x,sides= 1, method = ''convolution'' ,filter=c(2,3))
# y[i] = 2*x[i] + 3*x[i-1]
y=filter(x,sides= 2, method = ''convolution'' ,filter=c(2,3,4))
# y[i] = 2*x[i-1] + 3*x[i] +4]*x[i+1]
y=filter(x,method =''recurcive'' ,filter=c(2,3))
#y[i] = x[i] + 2*y[i-1] + 3*y[i-2]
```

Ces fonctions permettent en particulier de créer un générateur de processus ARMA.

Étude préliminaire de la série USAccDeaths

```
periodogram = function(traj)
{
        n = length(traj)
        freq = 1:(n %/% 2)/(n)
        periodogram = Mod(fft(traj))[2:(n %/% 2 + 1)]^
                2/(2 * pi * n)
        plot(freq, periodogram, type = "l")
}
```




```
>acf(USAccDeaths)
>pacf(USAccDeaths)
>periodogram(USAccDeaths)
```


modélisation et prévision AR

La fonction ar permet d'estimer les paramètres d'un modèle AR

$$A_p(L)X[t] = e[t]$$

Si l'ordre p n'est pas précisé, le meilleur modèle AR pour le critère AIC est sélectionné.

```
>data(lh)
>ar(lh)
Call:ar(x = lh)
Coefficients:
      1         2         3
 0.6534   -0.0636   -0.2269
Order selected 3  sigma^2 estimated as  0.1959
```



```
>ar(lh, aic = FALSE, order.max = 4) # on fixe p=4
Call:
ar(x = lh, aic = FALSE, order.max = 4)
Coefficients:
      1         2         3         4
 0.6767   -0.0571   -0.2941    0.1028
Order selected 4  sigma^2 estimated as  0.1983
```

ATTENTION x doit être une série chronologique (x=ts(x))

Autour des modèles ARMA

- ARMAacf pour le calcul des covariances théorique d'un modèle ARMA
- ARMAtoMA pour le développement en MA infinie d'un modèle ARMA
- arima.sim pour simuler des trajectoires d'un modèle ARMA ou ARIMA

Modèle ARMA : Estimation

- La fonction `ar` permet d'estimer les paramètres d'un processus AR.
- Pour les modèles ARMA d'ordre (p,q)

$$X[t] = a[1]X[t-1] + ... + a[p]X[t-p] + e[t] + b[1]e[t-1] + ... + b[q]e[t-q]$$

on utilise la fonction `arima`, la syntaxe est
`out=arima(x,order=c(p,0,q))`
la sortie `out` est une liste contenant :
`out$coef` : estimation des coefficients,
`out$resid` : estimation des résidus e[t]
ATTENTION x doit être une série chronologique (x=ts(x))

modélisation et prévision SARIMA

Plus généralement, la fonction `arima` permet d'estimer les paramètres d'un modèle SARIMA

$$A_p(L)\alpha_P(L^s)Y[t] = \beta_Q(L^s)B_q(L)e[t] \text{ avec } Y[t] = (I-L)^d(I-L^s)^D X[t]$$

la syntaxe est la suivante :

```
out=arima(x,order=c(p,d,q),
                    seasonal=list(order=c(P,D,Q),period=s))
```

la sortie est une liste contenant :
`out$coef` : estimation des coefficients,
`out$aic` : critère AIC,
`out$resid` : estimation des résidus e[t]
option : include.mean=F ou T

Exemple

```
data(USAccDeaths)
a = c(USAccDeaths)
USAcc= ts(a[1:60],frequency=12,start=c(1973,1))
```

```
fit = arima(USAcc, order=c(0,1,1), seasonal=list(order=c(0,1,1)))
Call:
arima(x = USAcc, order = c(0, 1, 1),
                         seasonal = list(order = c(0,1, 1)))
Coefficients:
     ma1      sma1
-0.4343   -0.4419
Approx standard errors:
    ma1     sma1
0.1368   0.0122
sigma^2 estimated 114276: log likelihood = -341.73,  aic = 687.46
```

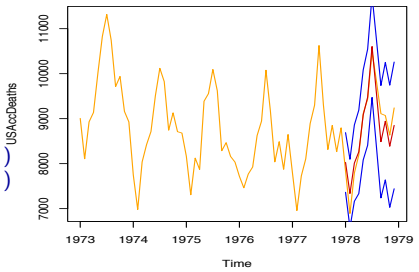

Prévision pour des modèles SARIMA

Pour prévoir à l'horizon h, on utilise la fonction `predict`

```
>out=arima0(...)
> p=predict(out,h)
p$pred    #contient les prévisions
p$se      #erreurs de prévision ( écart type )
```

Exemple :

```
p = predict(fit, n.ahead=12)
plot(USAccDeaths, col="orange")
lines(p$pred,col="red3")
lines(p$pred+1.96*p$se, col="blue2")
lines(p$pred-1.96*p$se, col="blue2")
```



Plus généralement : la fonction predict

```
> methods(predict)
[1] "predict.ar"                "predict.arima"
[3] "predict.loess"             "predict.ppr"
[5] "predict.smooth.spline"     "predict.smooth.spline.fit"
[7] "predict.glm"               "predict.lm"
[9] "predict.mlm"
```

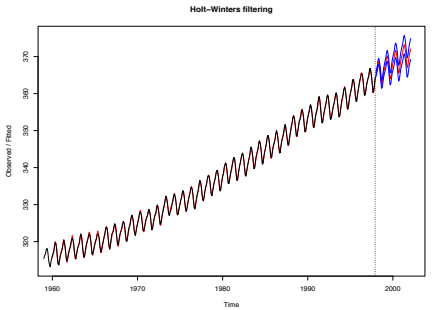

Lissage exponentiel

La méthode de lissage de Holt & Winter est disponible sous R. Les fonctions s'appelle `HoltWinters` et `predict.HoltWinters`.
Exemple : sur la série `data(co2)`

```
data(co2)
m = HoltWinters(co2)                          #lissage
p = predict(m, 50, prediction.interval = TRUE)  # prevision
plot(m, p)
```

cette fonction peut aussi être utilisée pour

- des modèles multiplicatifs
- le lissage simple si l'on impose les coefficients.



La librairie forecast

Cette librarie développée par Rob J Hyndman contient des méthodes pour l'analyse et la prévision de séries temporelles univariée

1. le lissage exponentiel, Holt Winter, ...
2. Modèles BATS (Exponential smoothing state space model with Box-Cox transformation, ARMA errors, Trend and Seasonal components)
3. modélisation automatique ARIMA.
4. modélisation automatique SARIMA .

Par défaut cette librarie utilise le traitement parallèle pour accélérer les calculs dans la sélection automatique des modèles .